

# フラクタル次元を用いた砕砂の粒度分布指標

秋田大・工資 今井忠男, 秋田大・工資 杉本文男, 秋田大・工資 平澤祐介

## 1. はじめに

骨材として、砕砂は天然砂に比較し、(1) 粉碎コストおよび粉塵など微粉体の処理コストが高く、(2) コンクリートの流動性が低くなることが知られている。これらの問題点を解決できれば、砕砂は天然砂に代わる骨材となりうると思われる。

砕砂生産の効率化およびコストの低減化などを議論するには、破碎岩石の粒度分布を適切に評価する必要がある。しかしながら、従来の粒度分布を示す指標には問題点があることが知られている。本研究では、新たに粒度分布を示す指標を提案し、これを用いて粒度分布の変化を論じた。

## 2. 新たな粒度分布式の提案

### 2.1 ロジン・ラムラーの粒度分布式

これまで、幾つか粒度分布式は提案されてきた。次に示すロジン・ラムラーの粒度分布式は、破碎物の粒径 $\phi$ と最大径 $\phi_{max}$ から $\phi$ までの累積質量 $W$ との関係を、最も良く示しているとされている。

$$R = \exp\left\{-\left(\frac{\phi}{\phi'}\right)^n\right\} \quad (1)$$

ただし、 $R = W/W_{max}$

ここで、 $W_{max}$ は全積算質量であり、 $R$ は累積質量割合を示している。また、 $\phi'$ は代表径、 $n$ は粒度分布指数である。ロジン・ラムラー式では、 $n$ と $\phi'$ の2つの定数で粒度分布が定まる。とくに、 $n$ 値は重要なパラメータであるため、次のような作図によって求める方法が提案されている。式(1)は次式に変形できる。

$$1/R = \exp\left\{\left(\frac{\phi}{\phi'}\right)^n\right\} \quad (2)$$

式(2)の両辺を2回対数をとると次式となる。

$$\log\{\log(1/R)\} = n \log(\phi/\phi') - 0.362 \quad (3)$$

上式より、 $x$ 軸を対数、 $y$ 軸に2回対数をとって、それぞれ $(\phi/\phi')$ および $1/R$ の値をプロットした図をロジン・ラムラー線図という。このグラフ上のデータを直線で近

似したときの傾きが、 $n$ 値となる。

図1に安山岩を衝撃破碎したときのロジン・ラムラー線図を示す。実験の詳細は3.1で後述する。図の $x$ 軸は $\phi'=1$ として粒子径をそのままプロットしている。図より、データは粒子径の小さい領域で、直線からずれる傾向にある。すなわち、粒径の広い範囲でロジン・ラムラーの式を用いるには問題がある。

### 2.2 累積個数と破碎粒径のフラクタル性

破碎物の累積個数と粒径との関係には、フラクタル性があることが知られている。具体的には、累積個数 $N$ と粒径 $\phi$ とが、次式に示すべき関数にしたがう。

$$N = \alpha \phi^{-D} \quad (4)$$

ここで、 $\alpha$ は定数、 $D$ はフラクタル次元であり、この分布の特徴は $D$ 値で示される。

図2に累積個数 $N$ と粒径 $\phi$ との関係を両対数グラフで示す。この個数データは、図1と同じ破碎試料を用いて計数した。図1と比較し図2では、図中の全ての粒径の範囲で、データはべき関数にしたがうことがわかる。しかし、粒度分布を扱う場合、個数分布は測定が困難で、かつ直接的に質量割合がわからないため、実用的でない。よって、この式(4)を用いて、累積質量割合 $R$ と粒子径 $\phi$ との関係式を求めることとする。

### 2.3 フラクタル次元を用いた新たな粒度分布関数

図3に累積質量 $W$ と粒径 $\phi$ との関係を示す。図中の累積質量 $W$ の分布関数 $W(\phi)$ を、累積個数 $N$ の分布関数 $N(\phi)$ から求める。また、個数分布関数は、 $N(\phi)$ の導関数と積分方向から $-N'(\phi)$ となり、次式で示される。

$$-N'(\phi) = \alpha D \phi^{-D-1} \quad (5)$$

同様に、質量分布関数は $-W'(\phi)$ となる。さらに、ある粒径 $\phi$ における1個あたりの体積を $V(\phi)$ とすると、次の関係が成立つ。

$$W'(\phi) = N'(\phi) \cdot V(\phi) \cdot \rho \quad (6)$$

ここで、 $\rho$ は岩石の密度である。また、 $V(\phi)$ を比例定数

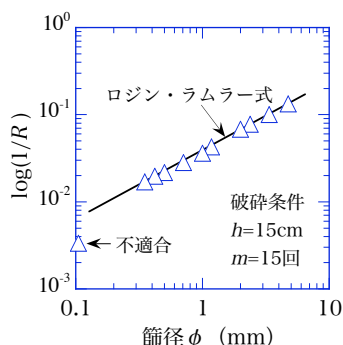


図1 ロジン・ラムラー線図

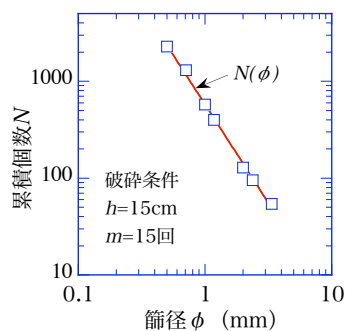


図2 累積個数分布

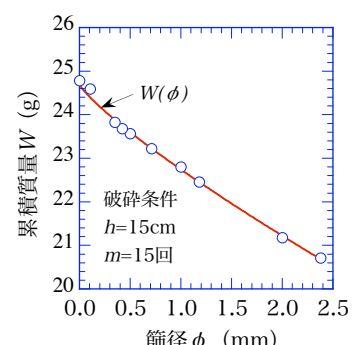


図3 累積質量分布

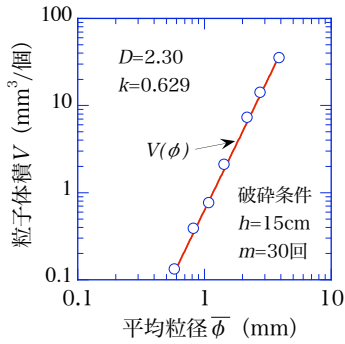


図4 粒子の平均粒径と体積との関係

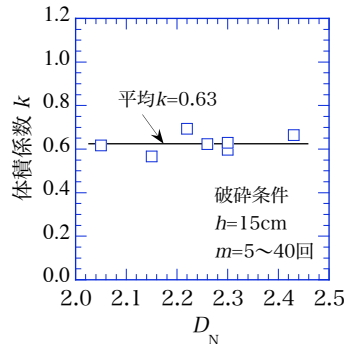


図5 体積係数とD値との関係

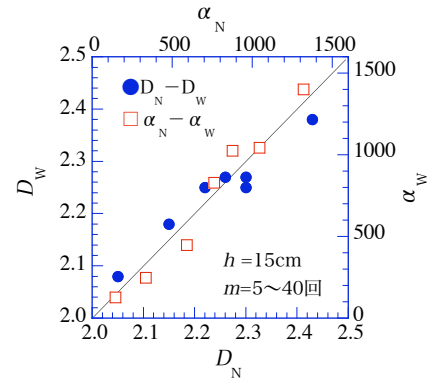


図6 N(phi)とW(phi)関数のパラメータの対応

kを用い、次式で定義する。

$$V(\phi) = k\phi^3 \quad (7)$$

よって、式(4)および式(7)を式(6)に代入すると、次式が得られる。

$$W'(\phi) = -\alpha D k \rho \phi^{2-D} \quad (8)$$

W(phi)はW'(phi)のphi\_maxからphiまでの積分値である。これは、全累積量W\_maxからW'(phi)のphiから0までの積分値を減じたものと同値である。よってW(phi)は次式で表せる。

$$W(\phi) = W_{\max} - \int_{\phi}^{\phi_{\max}} W'(\phi) d\phi$$

式(8)を用いて上式を解くと、次式が得られる。

$$W(\phi) = W_{\max} - \frac{\alpha k \rho}{(3/D-1)} \phi^{3-D} \quad (9)$$

さらに、W\_maxで正規化し、上式を累積質量割合Rで表すと次式となる。

$$R = W(\phi)/W_{\max}$$

$$R = 1 - \frac{\alpha k \rho}{(3/D-1)W_{\max}} \phi^{3-D} \quad (10)$$

上式は、rhoおよびkが既知であれば、累積粒度分布をDおよびalphaの2つの変数で示することができる。

### 3. 岩石の衝撃破碎および分級の方法

#### 3.1 衝撃力による岩石の破碎

本研究では、秋田県産の碎石用の安山岩(圧縮強度121 MPa, rho=2.45g/cm³)を用い、衝撃力による破碎実験をおこなった。具体的には、直径50mm, 質量4.5kgのランマーを用い、一定の高さhから繰り返しm回落下させ、一定質量W\_maxの試料を破碎した。ここで、破碎元となる試料は、質量W\_max=20±4g, 篩径25mm程度の不定形のものとした。m回ごとに破碎した試料は、篩で分級し、篩径ごとに質量、個数および実績率を測定した。

#### 3.2 粒子1個あたりの体積の測定法

篩で分級した試料は、篩上径phi\_uと篩下径phi\_dの間に分布し、その個数はN\_ud, 質量はW\_udであるとする。このときの、試料1個あたりの平均体積V\_udは、測定結果から次式で算定できる。

$$\bar{V}_{ud} = W_{ud}/(N_{ud} \rho) \quad (11)$$

また、V\_udを試料の代表径で算定する場合、代表径は

個数平均値N\_udのときの径phi\_udで示すことが妥当である。

いま、N\_udを式(4)を用いて次のように定義する。

$$\begin{aligned} \bar{N}_{ud} &= (N_u + N_d)/2 \\ &= \alpha(\phi_u^{-D} + \phi_d^{-D})/2 \end{aligned} \quad (12)$$

次に式(4)はN\_udおよびphi\_udについても成立つから、これをphi\_udについて解くと次式となる。

$$\bar{\phi}_{ud} = (\bar{N}_{ud}/\alpha)^{-1/D} \quad (13)$$

よって、式(12)に式(11)を代入すると次式が得られる。

$$\bar{\phi}_{ud} = \left( \frac{\phi_u^{-D} + \phi_d^{-D}}{2} \right)^{-1/D} \quad (14)$$

以上のことから、V\_udとphi\_udとの関係には式(7)の関係が成立し、実験からその比例定数kを求めた。

## 4. 衝撃破碎された岩石試料の粒度分布則

### 4.1 粒子1個あたりの体積と粒径との比例定数

図4にh=15cm, m=30回の際のV\_udとphi\_udとの関係を示す。なお、D=2.30とした。図よりk=0.629である。次に、hおよびmを変化させ、試料の粒度分布を変えてそれぞれkを求めた。その結果を図5に示す。図より、D値に関わらず、k=0.63でほぼ一定となることがわかった。

### 4.2 新たな累積質量分布式の有効性

hおよびmを変化させ様々な粒度分布をもつ試料を作成し、これらデータを累積個数分布式(4)および累積質量分布式(10)にあてはめて、近似式の係数からDおよびalphaをそれぞれ求めた。ただし、累積個数分布式での係数をD\_Nおよびalpha\_N, 累積質量分布式での係数をD\_wおよびalpha\_wとして区別した。図6は、それぞれD\_NとD\_w, alpha\_Nとalpha\_wとの関係を示したものである。図より、それぞれの係数は、良い一致を示していることがわかる。したがって、本研究で提案した新たな累積質量分布式の有効性は実証されたと考えられる。

## 5. おわりに

本論では、ロジン・ラムラー式に代わる、新たな粒度分布式を提案し、この式の有効性を実証した。とくに、新たな分布式は、2つの係数によって粒度分布を示すことができるため、実用的であると考えられる。