

想定外局面における数学教師の気づきを捉える枠組みについての考察



佐藤学

秋田大学大学院教育学研究科
310417@math.akita-u.ac.jp

新木 伸次

国士舘大学 体育学部
arakis@kokushikan.ac.jp

全国数学教育学会 第60回研究発表会

2024年6月23日(日) 16:05~16:30
奈良教育大学 A会場(101講義室)



	発展的数学の意識 または指導・支援 学習者の問題解決の自由性, 発展性, 個人的な探究促進, 自己実現を重視するため, 指導・支援の可変を重視する意識や, それに基づく指導・支援。	習得的数学の意識 または指導・支援 教師の計画した発展の指導, 短期的な学力成果を重視するため, 学習者の思考・態度を制御できるように, 指導・支援をする意識や, それに基づく指導・支援。
授業構想時	○	
想定外局面		○

米国でも, 新しい指導法について好意的な教師が, 新しい指導法の片鱗を反映させながらも, 数学は, 知識と手順からなるもので, 教師は知識を与え, 理解させる指導を変えられないでいることを, 「学校数学の伝統」と問題視されている(Ball, 1990)。

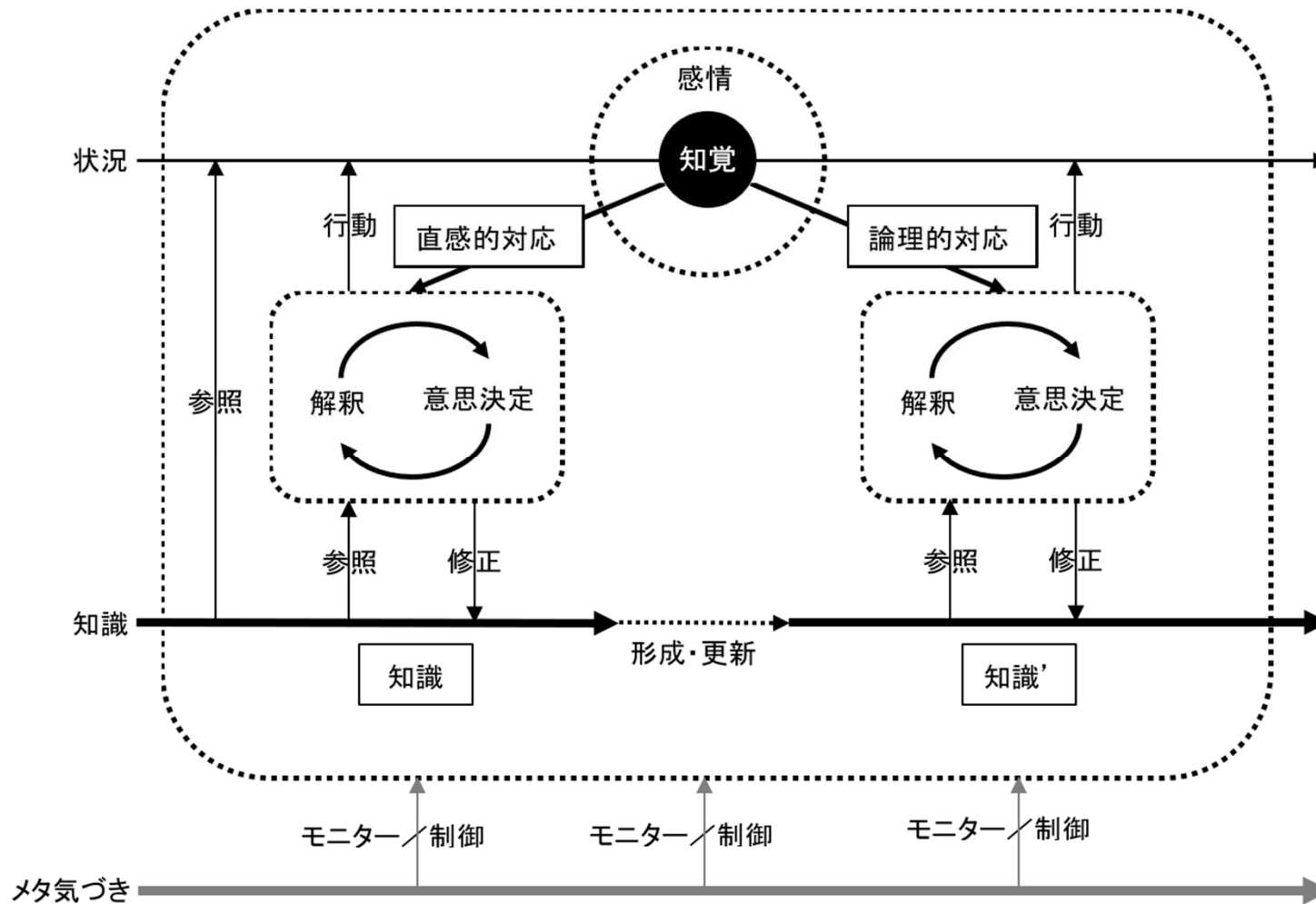
- ・教師の知識は省察により変容する(伊藤, 2009; 谷口・漆畑, 2015)。
- ・**省察の重要性**: 現実的な問題に対する迅速な解決策を見つけることに集中するのではなく, 目の前の状況を決定している根本的な問題に光を当てること(Korthagen & Vasalos, 2009)。
- ・局面の要因を**知覚し, 解釈し, 知識を更新する連続的な過程としての過程**(Borko et al, 1992, 他)

- ・**行為**は、エネルギー的側面と、構造的側面とをもっている。前者は、**感情**であり、後者は認識である(ピアジェ, 1960, p.15)。
- ・概念変容の二重過程理論(Chaiken & Trope, 1999)に基づくと、教師の論理的で確実な処理としての「論理的対応」、直感的で迅速な処理としての「直感的対応」の分岐は、局面における重要な刺激事象を知覚した際の**感情がフィルターになっている可能性**がある。

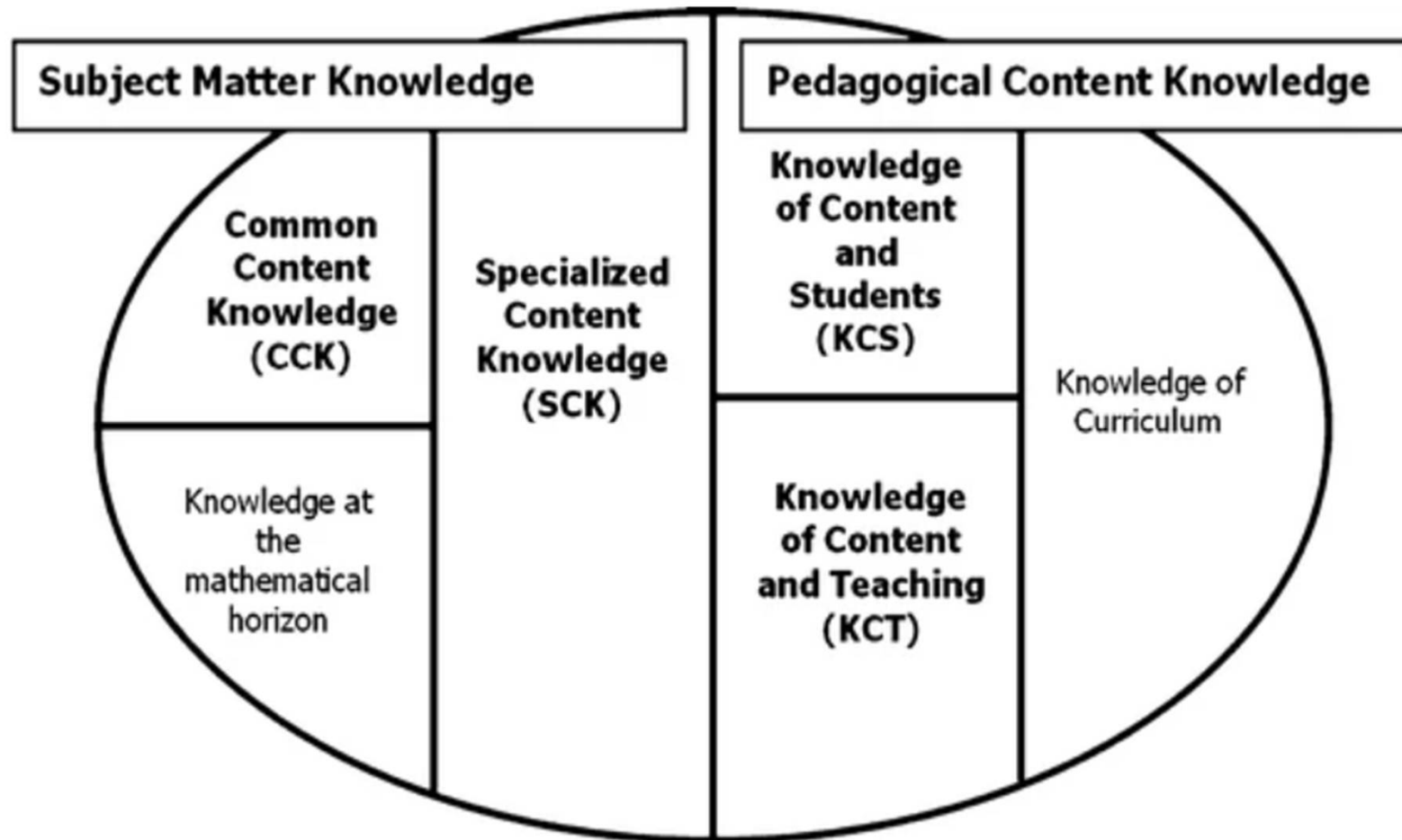
本研究では、発展的思考・態度を促進したいとする教師の想定外局面における習得的数学の指導を行うことに着目して、その改善に必要な教師の気づきを捉える枠組みの構築に向けた示唆を得ることを目的とする。

1. 教師の気づきについての概念を同定する。
2. 教師の気づきを捉える枠組みを設定する。
3. 授業実践を事例として分析・考察する。
4. 枠組みの構築に向けた示唆を検討する。

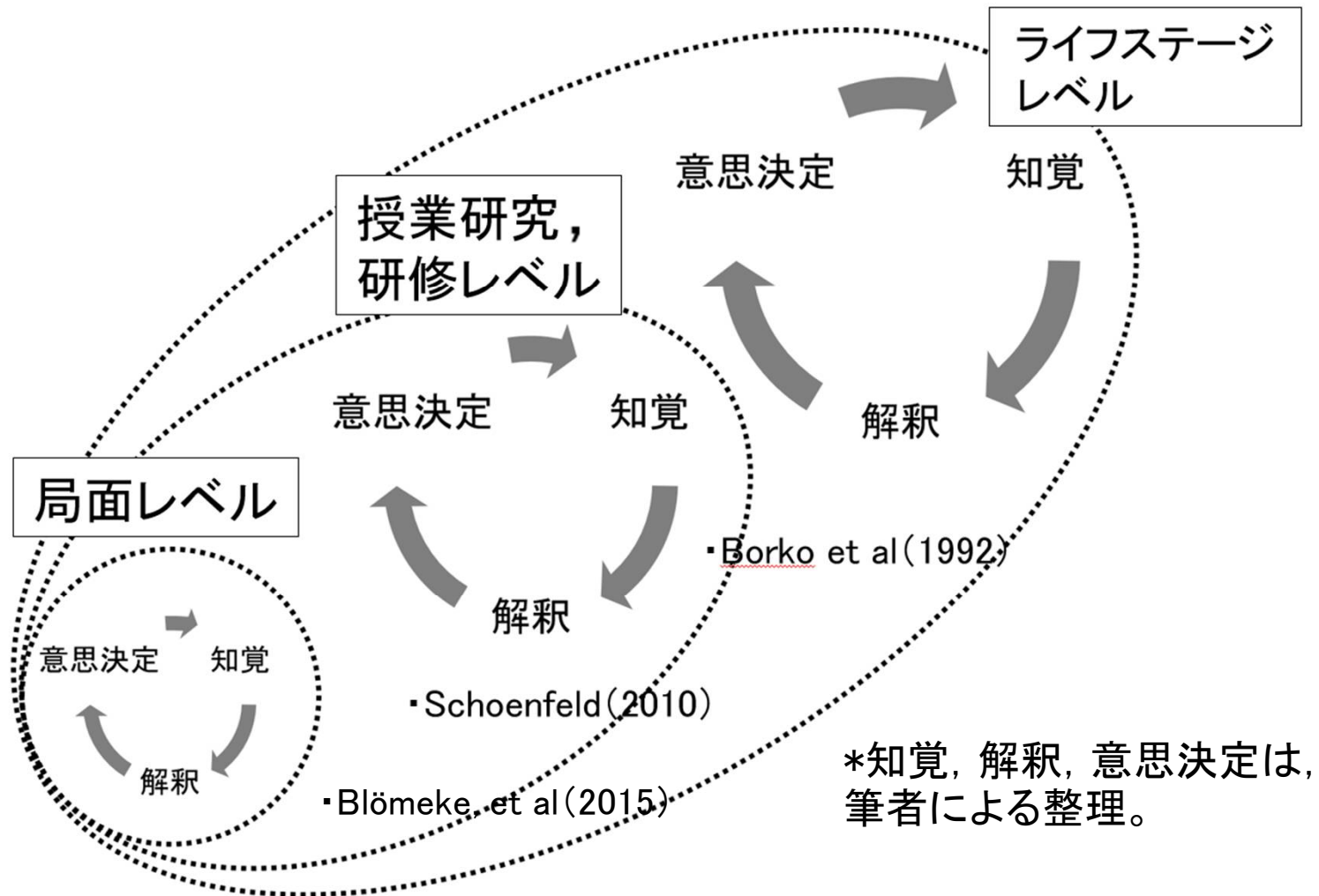
- 教師の気づきを、知覚、解釈、意思決定の3要素に、感情と二重過程理論を加えた枠組みで整理した。
- 感情の生起が理性的な対応を難しくし、新たな知識の構築を妨げることがある。
- 発展の知識を形成・更新するには十分な時間が必要である。



ネガティブまたはポジティブな感情が生起している自らの感情にも気づくことが必要。



(Ball et al., 2008, p.403より転載)



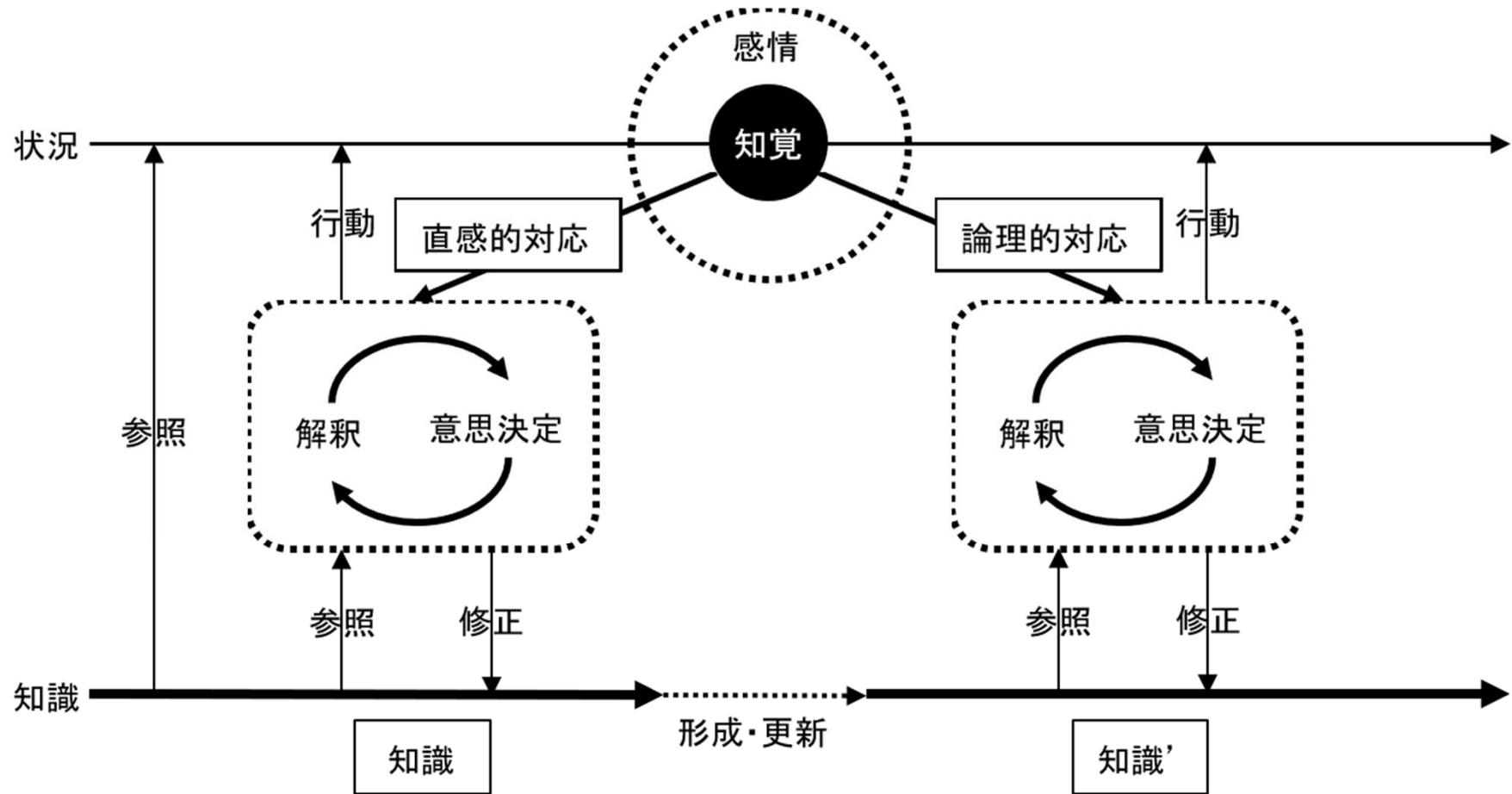
状況過程の捉え方は多様ではあるが、**教師が状況を捉え、状況を理解し、状況に応じるという要素に整理**できる。

<感情>

想定外の局面における教師の感情は、瞬時の判断や対応に大きな影響を与える。

<二重過程理論>

知覚者が説得的なメッセージに直面したとき、情報を処理する2つの経路が存在する。一つは、知覚者が意図的で体系的な処理を行う中心的経路である。この経路は、論理的で確実な認知処理が特徴である。もう一つは、以前の経験から生まれたヒューリスティック、親和的な反応、または労力の少ない処理を行う周辺経路である。体系的な処理を行うことは、周辺経路的処理に比べてより大きな努力と認知能力を要求するという(Gregoria, 2003)。



【事例分析の目的】

設定した想定外局面における教師の気づきを捉える枠組みの妥当性を得る。

＜分析対象＞

- 2024年4月23日から5月14日の間に、千葉県公立A中学校の1学級で行われた第1学年数学「正負の数」の単元の授業4時間分。
- 授業者(教師C):教職4年目の教師, 発展型授業の実践研究に取り組んでいる。A中学校に着任して3年間で第1学年から第3学年までの指導経験を持ち, 第1学年を指導するのは2度目である。

＜分析方法＞

- 授業の事前と事後にアンケートを実施。項目で意識の強いものから10項目までを選択回答。
- 授業をビデオで録画し, その授業での印象的な局面を教師Cが自ら選定。選定した局面における知識と気づきの過程について, アンケートを基にオンライン・ミーティング(Zoom)にて聞き取りを実施。参加者は筆者2名と教師Cの3名。

事前, 事後アンケート

授業過程における教師の気づき、感情、知識の働きを捉えるためのワークシート

4/29

事前

内容 異符号の加法

気づき (刺激事象)		感情				知識				意思決定/行動						
		推定認知	濃い	中性	薄い											
事実	対象	直接的対象	学習者	○	可能性	警戒	期待	関心	内容面	発展三状況	モデルシート	知識形成過程				
		学習集団	同僚									経験	理解	試行	自立	
		自己	自分自身													
	状況	自己の背景	実践支援者	評価者	心理	満足	喜び	平穩	内容	未習	発見的発展	a1: 何に目をつけるか?	I: 外的調整	II: 取り入れの調整	III: 同一視的調整	IV: 統合的調整
			学習者の反応	着目	積極性	感嘆	信頼	容認				a2: 何(何と何)を調べるか?				
		数学的状況	発話、表情等	理解	努力							b1: 何か気付いた?				
			物理的要因	教室・備品等	想定との異なり	感心	驚き	混乱				b2: 調べてみたい!				
				行事・出来事	要請											
		環境的状況	学習者要因	雰囲気	可能性	失望	悲しみ	憂い				b4: 今までとどこが違う?				
			特別支援	学業不振	不十分さ	重荷	恐れ	不安				c1: 前の学習と似ているところはあるか?				
知識	確認・解釈 誤認・限界 修正・更新	確認・解釈	不誠実	激怒	怒り	苛立ち	c2: ○○○が使えないか?									
		誤認・限界					c2: ○○○になりそう?									
		修正・更新					c3: 正しく解決しているか?									
							c4: 数学的に解明したか?									
							c5: 簡単に分かりやすく表せないか?									
							c6: 数学(算数)らしく表せないか?									
知識	確認・解釈 誤認・限界 修正・更新	確認・解釈	不誠実	激怒	怒り	苛立ち	d1: いつでもいえるか?									
		誤認・限界					e1: この後どんなことができるか?									
		修正・更新					e2: 数量を変えてみると?									
							e3: 条件を変えてみると?									
							e4: 場面を変えてみると?									
							e5: 視点を変えてみると?									
					e6: 数学的に価値付けられたか?											

回	実践日	質問紙回答		授業内容	選定された局面
		事前	事後		
1	4/23	4/22	4/23	正負の数の大小関係	生徒が「負の数は小さいほど大きい」「正の数の逆」と発表する局面
2	4/30	4/29	4/30	異符号の加法	異符号の加法のまとめについて生徒と確認する局面
3	5/7	5/6	5/7	正負の数の減法	減法のポイントをまとめる局面
4	5/14	5/14	5/15	正負の数の減法	前時のポイントを確認する局面

【第2回】

教師が同符号の加法計算の方法のまとめを確認する



(前時で「 $(+3)+(-2)$ 」の計算方法を考えている)
 前時ででた生徒の考えを検討し、異符号の加法計算の方法をまとめる

教師Cが選定した局面
 (開始約2分)



加数・被加数が0の加法, 絶対値が等しい加法の計算を考える

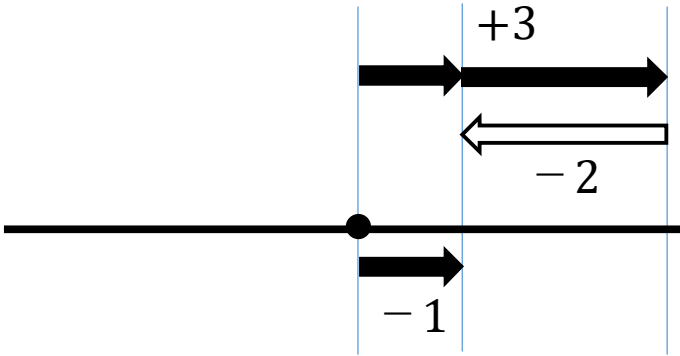
生徒D: マイナスとプラスで戦えばよい



小数・分数を含む加法の計算を考える

教師C (授業後) : 驚きがあった。その発話には、どのような発想に立っていたのか興味があった。ポジティブな捉えであった。学習者を意識していたからポジティブになれた。

(+3) + (-2)の計算

教師の想定	想定外反応
 <p>数直線の操作</p>	<p>発話：プラスとマイナスを戦わせる。</p> <p>$(+3) + (-2)$</p> <p>○ ○ ○ ● ●</p>
<p>↓</p> <p>絶対値の大きい方から小さい方をひき、絶対値の大きい方の符号をつける。</p>	

ネガティブな感情, ポジティブな感情ともに影響が大きい。

感情の生起は理性的な対応を難しくさせ, 時に新たな

知識の構築を妨げることがある。

T: おおっ。確かに、まあ分かりやすいっていえば、分かりやすい。

D: 答え方が分かんない。

T: 答え方が分からない？

D: けど、やり方はこれでやっている。

T: 自分の中ではそういうイメージでやっているということね。ああ、いいじゃないですか。

T: (図1を指しながら) つまり、プラスとマイナスの数字それぞれで打ち消し合ったもので、残ったのが答えだという。

D: あっ、そうです。

T: 戦っているというのはね。すごくいいですね。

T:それを, (黒板端に掲示したモデルシートの一覧表から「算数(数学)らしく表すと?」を指し)ここでいう「算数(数学)らしく表すと?」と書いてあるんだけど。ここに繋げるといいな。他に何か, それと似たような感じで言える人います? 数学ぽく。

S:言い方が難しい。

T:これが, Dのやつ, 例えば100とかという数字だったら, このイメージどうですか? いけそう?

D:簡単になる。

T:簡単?

D:100—なんちゃらとかすれば。

T:100—?

相殺の考え方を認めつつも, 数学的な表現や, 数の範囲を広げた場合の考慮を求めている。



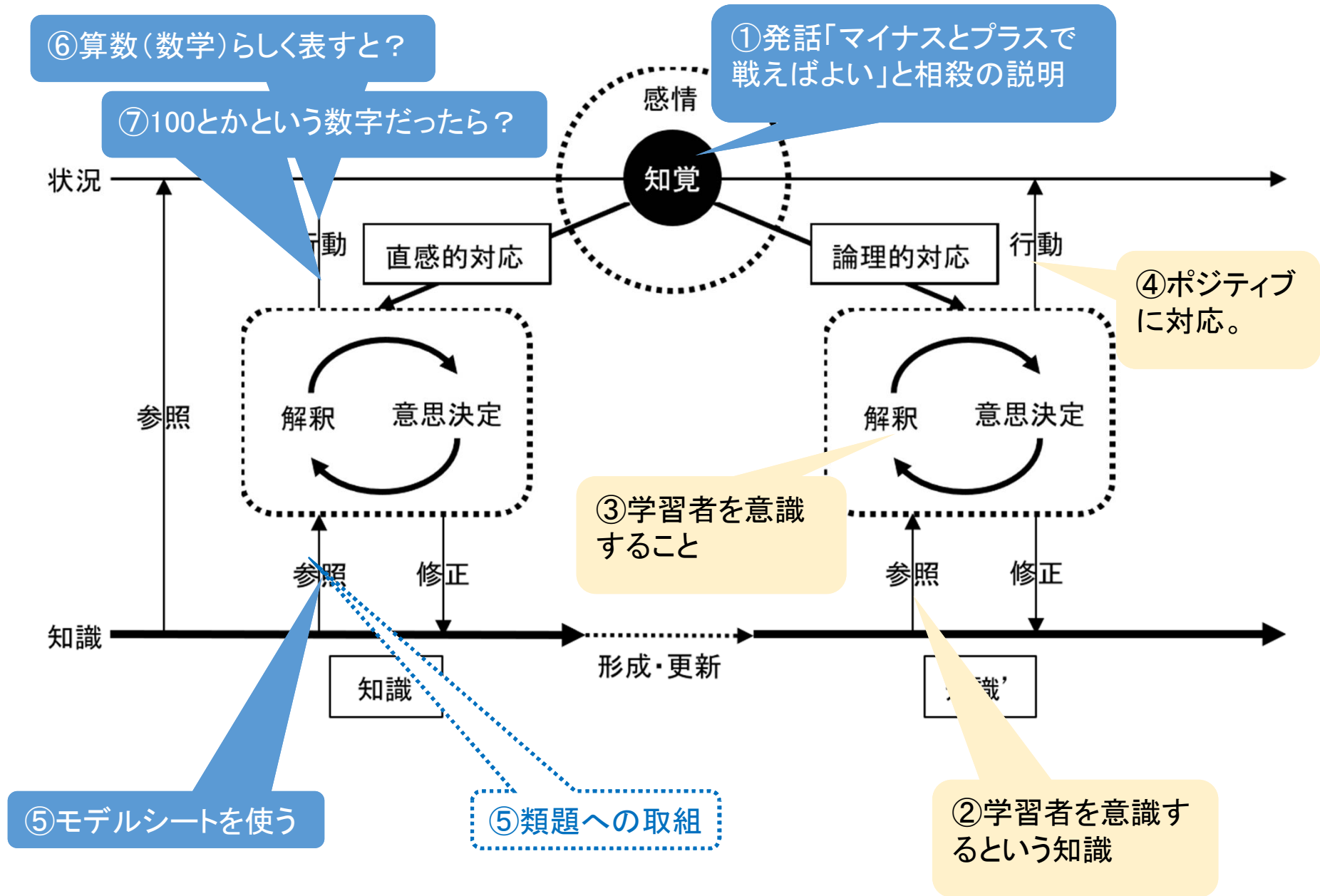
直感的対応

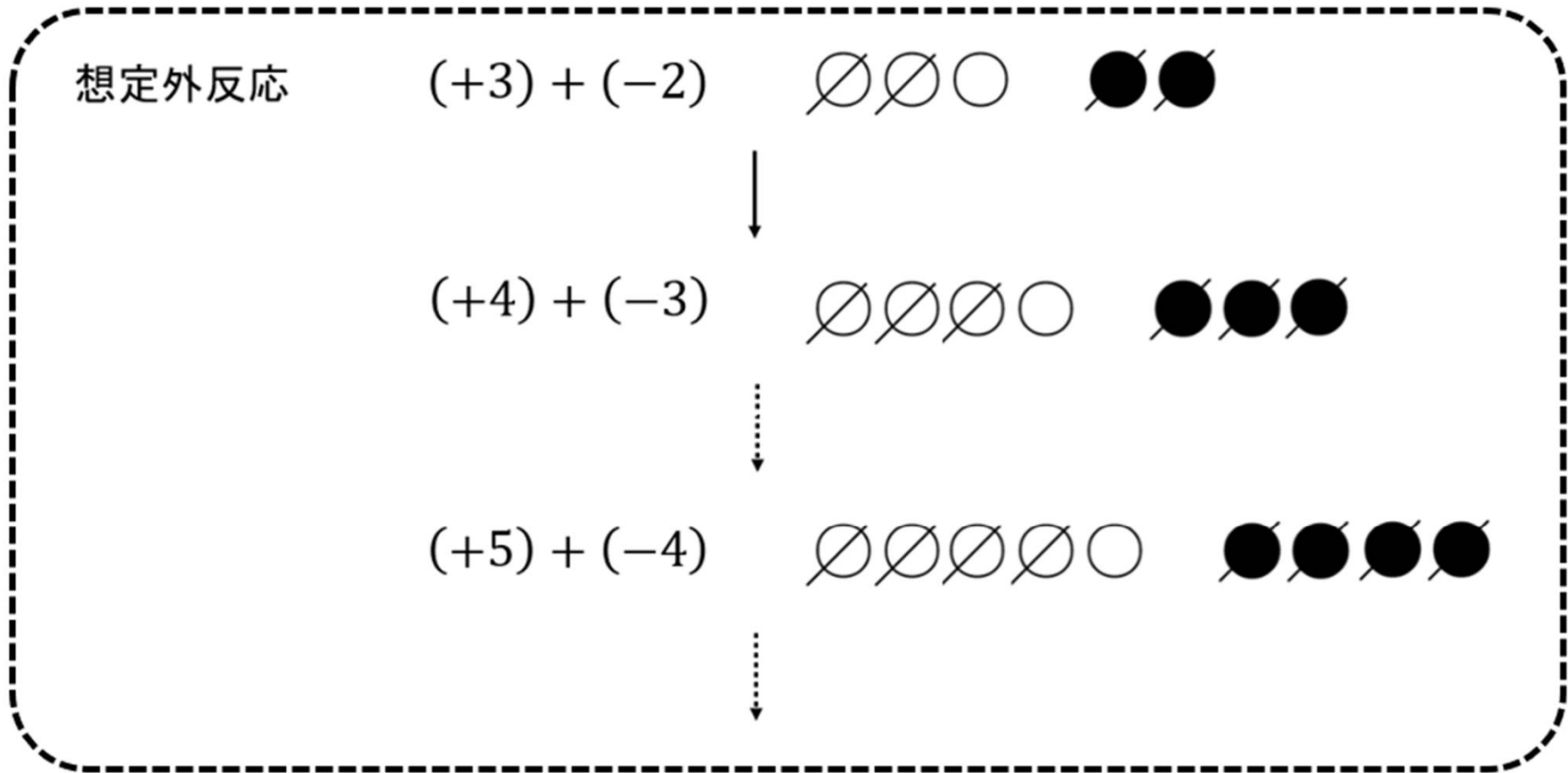
D: 例えば, $100 -$ 。

T: (「 $(+100)+(-56)$ 」と板書する。) こんな大きい数字だったとして。

D: $100 - 56$ で, 出た答えに大きい数の方の符号をつければ答えになる。

T: それじゃない。





D: 100-56で, 出た答えに大きい数の方の符号をつければ答えになる。

T: それじゃない? それじゃない? 今言ったのが大事じゃない? 戦っているという部分はいわゆるひき算のことですね。これは何? 何と書いたらいい? (「 $=(100-56)$ 」と板書する。)(100-56)をしてそれでプラスマイナスをどうすんの?

D: 大きい数が大きい数の符号が。

S: 絶対値。

T: 今何人か。絶対値が大きい方の。

D: 答え。

教師の想定

絶対値の大きい方から小さい方をひき, 絶対値の大きい方の符号をつける。

T: 答えにつく。そうですね。ここまでよく辿り着いたと思います。それを書きましようか。最後のまとめとして。

加法処理先行	大小判断先行
絶対値の大きい方から小さい方をひき，絶対値の大きい方の符号をつける。	絶対値の大きい方の符号を決め，絶対値の大きい方から小さい方をひく。

生徒がいくつかの問題に取り組み自分に合った方法を見つけることが重要。

ネガティブな感情, ポジティブな感情ともに影響が大きい。

感情の生起は理性的な対応を難しくさせ, 時に新たな知識の構築を妨げることがある。

知識														
内容				発展三状況		モデルシート				知識形成過程				
			前	後										
内容	系統	既習	3	1	発見的発展	2	0	a1: 何に目をつけるか?	0	0	経験	1	0	
		未習	0	0				a2: 何(何と何)を調べるか?	0	0				
	関連	他領域	0	0		b1: 何か気付いた?	2	0	b2: 調べてみたい!	0		0		
		他教科	0	0		b3: 考えてみたい!	0	0	b4: 今までとどこが違う?	0		0		
		日常事象	0	0		c1: 前の学習と似ているところはあるか?	0	0	c2: ○○○が使えないか?	0		0		
						c2: ○○○になりそう?	0	0						
思考	一般化	簡潔	2	1	構造的発展	1	1	c3: 正しく解決しているか?	0	0	理解	0	0	
		明瞭	0	0				c4: 数学的に解明したか?	0	0				
		的確	0	0				c5: 簡単に分かりやすく表せないか?	1	1				
	統合	集合	0	0		e1: この後どんなことができるか?	0	0	e2: 数量を変えてみると?	0	0	試行	0	0
		拡張	0	0		e3: 条件を変えてみると?	0	0						
		補完	0	0		e4: 場面を変えてみると?	0	0						
					0	0	e5: 視点を変えてみると?	0	0	自立	0	0		
					0	0	e6: 数学的に価値付けられたか?	0	0					

教師Cが意識した項目の数は少ない。

第2回授業において、想定外反応に接したものの、既得の知識が働き、ポジティブに感情を保つことができたが、それ以降の指導、支援において、どのようにその知識が生かされたかは不明である。

知識														
内容				発展三状況		モデルシート						知識形成過程		
			前	後										
内容	系統	既習	3	1	発見的発展	2	0	a1: 何に目をつけるか?	0	0	経験	1	0	
		未習	0	0				a2: 何(何と何)を調べるか?	0	0				
	関連	他領域	0	0		b1: 何か気付いた?	2	0	b2: 調べてみたい!	0		0		
		他教科	0	0		b3: 考えてみたい!	0	0	b4: 今までとどこが違う?	0		0		
		日常事象	0	0		c1: 前の学習と似ているところはあるか?	0	0	c2: ○○○が使えないか?	0		0		
						c2: ○○○になりそう?	0	0						
思考	一般化	簡潔	2	1	構造的発展	1	1	c3: 正しく解決しているか?	0	0	理解	0	0	
		明瞭	0	0				c4: 数学的に解明したか?	0	0				
		的確	0	0				c5: 簡単に分かりやすく表せないか?	1	1				
	統合	集合	0	0		e1: この後どんなことができるか?	0	0	e2: 数量を変えてみると?	0	0	e3: 条件を変えてみると?	0	0
		拡張	0	0		e4: 場面を変えてみると?	0	0						
		補完	0	0		e5: 視点を変えてみると?	0	0						
								e6: 数学的に価値付けられたか?	0	0	e6: 数学的に価値付けられたか?	0	0	

Skemp(1989)は、新しい知識を既存のスキーマに関連付けたり、異なるスキーマを統合したりして理解を図るとしている。

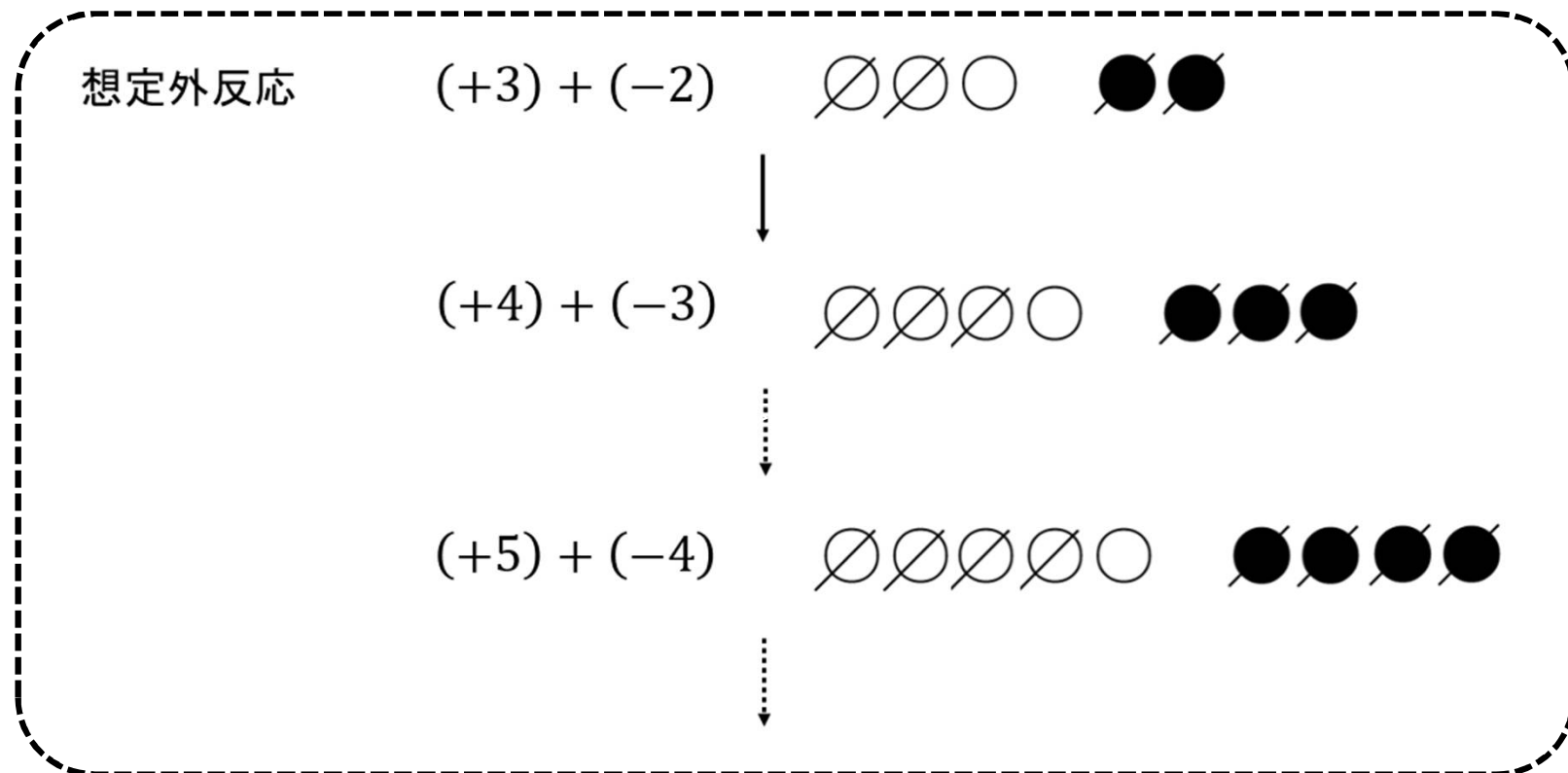
教師Cが事前に持つ知識は、授業実践において異なる様相を呈することがある。実際の授業でそのまま役立つとは限らない。接していても、関連性が見えない場合もある。

・体系的処理は大きな努力を必要とし、より大きな認知能力を要求することから、感情を制御することは容易ではない。どうするか。

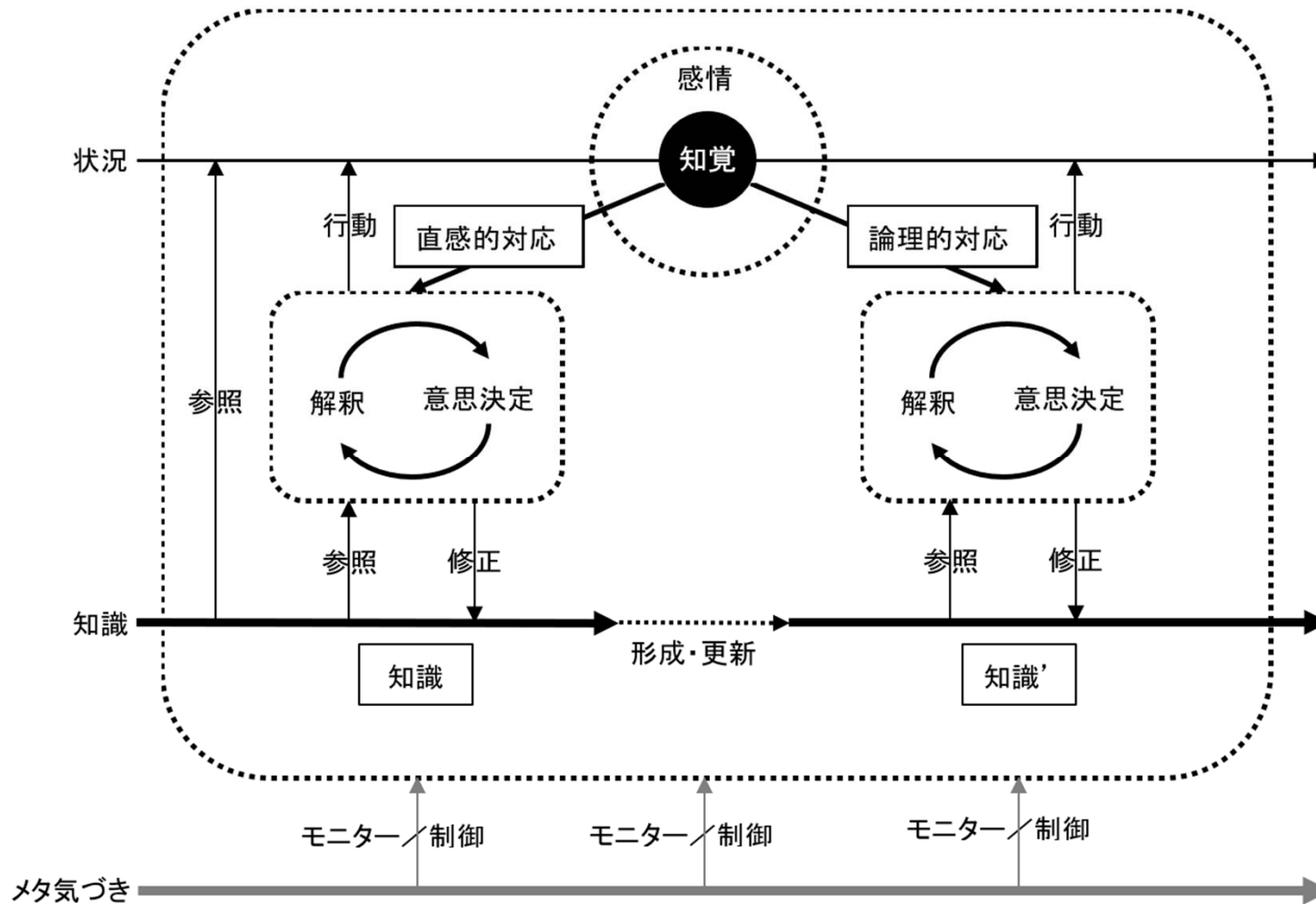


- ・発展の知識の形成・更新の充実
- ・感情を俯瞰するメタ的な気づき

教師Cにとって、発展の知識は、状況における検討が不十分であるか、**手続き的な知識**でしかない。手続き的な知識であることに気づけたとしたら、意義がある。



教材研究や授業実践を通して、自在にアクセスできる知識を増やすこと、新たな解釈を加え更新すること。



ネガティブまたはポジティブな感情が生起している自らの感情にも気づくことが必要。

- 教師の気づきを、知覚、解釈、意思決定の3要素に、感情と二重過程理論を加えた枠組みで整理した。
- 感情の生起が理性的な対応を難しくし、新たな知識の構築を妨げることがある。
- 発展の知識を形成・更新するには十分な時間が必要である。

- ・分析対象と教師や生徒，授業内容によって変わる可能性があり，今後も継続的に検討していく必要がある。
- ・知覚，解釈，意思決定の詳細についても不明瞭な点があり，分析方法の改善が必要である。

- ・分析対象と教師や生徒，授業内容によって変わる可能性があり，今後も継続的に検討していく必要がある。
- ・知覚，解釈，意思決定の詳細についても不明瞭な点があり，分析方法の改善が必要である。

本稿は、佐藤、新木による共同研究である。執筆は、
第1章を佐藤、第2章を佐藤、第3章を佐藤、新木、第4
章を佐藤が担当した。

本研究は、JSPS科研費22K02623の助成を受けた
ものです。

また、調査にご協力いただきました千葉県公立A中
学校のC先生とB学級の生徒の皆様には、授業実
践の提供、分析において、多くのご協力を賜りまし
た。

ありがとうございました。

伊藤貴昭(2009).「数学の授業における教師の説明の変容:授業リフレクションによる教師の意思決定」.『慶應義塾大学大学院社会学研究科紀要』, 67, pp.67-80.

佐藤学・新木伸次(2023).「算数・数学における発展的思考・態度の形成過程を捉える枠組みの検討」.日本数学教育学会,『第11回春期研究大会論文集』, p.392.

佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017).「学習者が発展的に考えることを支援するモデルプレートの開発とその検証」.『日本数学教育学会誌』, 99, 臨時特集号, pp.9-16.

佐藤学(2023).「教師の習得的数学の意識, 発展的数学の意識に関する質問紙調査の実施とその分析—秋田県小中高教員データの分析—」.全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 29(1), pp.1~17.

谷口和也・漆畑俊晴(2015).「授業において形成される教師の実践的知識についての理論的展望」.『東北大学大学院教育学研究科研究年報』, 64(1), pp.19-34.

ピアジェ, J.(1952/1960).「知能と生物学的適応」.波多野完治・滝沢武久(訳),『知能の心理学』(pp.10-42), みすず書房.

文部科学省(2017a).「第3節算数」.『小学校学習指導要領(平成29年告示)』(pp.47-76). 東洋館出版社.

文部科学省(2017b).「第3節数学」.『中学校学習指導要領(平成29年告示)』(pp.50-62). 東洋館出版社.

文部科学省(2017c).『小学校学習指導要領(平成29年告示)解説算数編』. 日本文教出版.

文部科学省(2018).「第4節数学」.『高等学校学習指導要領(平成30年告示)』(pp.91-62). 東洋館出版社.

Ball, D. L.(1990). Reflections and

Deflections of Policy: The Case of Carol Turner. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 12(3), pp.247-259.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G.(2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of teacher education*, 59(5), pp.389-407.

Blömeke, S., Gustafsson, J. E., & Shavelson, R. J. (2015). Beyond Dichotomies: Competence Viewed as a Continuum. *Zeitschrift für Psychologie*, 2015, Vol. 223(1), pp.3-13.

Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D. & Agard, P. C. (1992). Learning to teach hard mathematics: Do novice teachers and their instructors give up too easily?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(3), pp. 194–222.

Chaiken, S., & Trope, Y. (1999). *Dual-process theories in social psychology*, Guilford Press.

Chaiken, S., Pomerantz, E. M., Giner-Sorolla, R. (1989). Structural Consistency and attitude Strength. In Petty, R.E., &

Krosnick, J.A. (Ed.) *Attitude Strength: Antecedents and Consequences*. Psychology Press.

Eagly, A. H., & Chaiken, S. (1993). *The Psychology of Attitudes*, Harcourt Brace Jovanovich, FortWorth, TX.

Gregg, J. (1995). Discipline, control, and the school mathematics tradition. *Teaching and Teacher Education*, 11(6), pp.579–593.

Gregoire, M. (2003). Is It a Challenge or a Threat? A Dual-Process Model of Teachers' Cognition and Appraisal Processes During Conceptual Change. *Educational Psychology Review*, 15(2), pp.147-179

Korthagen, F. A. J. & Vasalos, A. (2009). From reflection to presence and mindfulness: 30 years of developments concerning the concept of reflection in teacher education. *An adaptation of this paper will be published in*: N. Lyons (Ed.) (in press). Handbook of Reflection and

Reflective Inquiry. New York: Springer. pp.2-88.

Philipp, R. A., Jacobs, V. R., & Sherin, M. G.(2014). Noticing of mathematics teachers. In Ierman, S.(Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp.465-466). Springer Netherlands.

Plutchik, R. (1980). Emotion: A *Psychoevolutionary synthesis*. Harper & Row.

Schoenfeld, H. A. (2010). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*. Routledge.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (2011). Situating the Study of Teacher Noticing. In Sherin, M. G. et al. (eds), *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes* (pp.3–13). Routledge.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57, (1), pp.1–23.

Skemp, R.R. (1989). Intelligence and understanding. *Mathematics in the Primary School* (pp.32–49). Routledge.

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. Teaching and Teacher education, 24(2), pp.244–276.