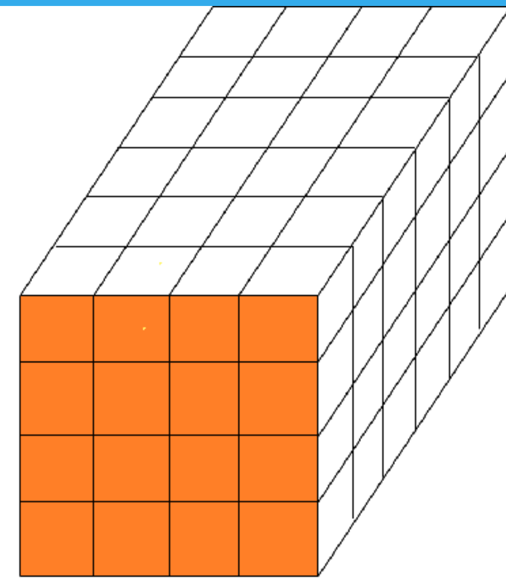
数学科教育学演習Ⅰ

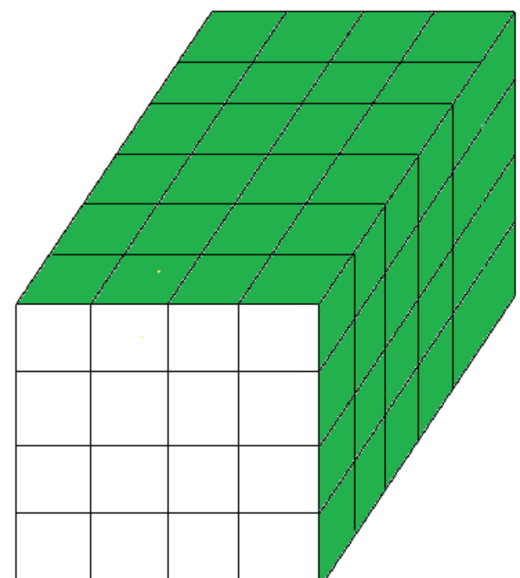
わか杉チャレンジフェスティバル
問題Ⅲ［図形］
解答解説と魅力

問題Ⅲ　(1)①

単位はすべて平方センチメートル
①手前に見えている面(オレンジ)
の表面積が4×4＝16
これが反対側にもあるので
16×2＝32

上の面、下の面、左右の側面(緑)
がそれぞれ4×6＝24であるから
24×4＝96
よって求める面積が　96+32＝128





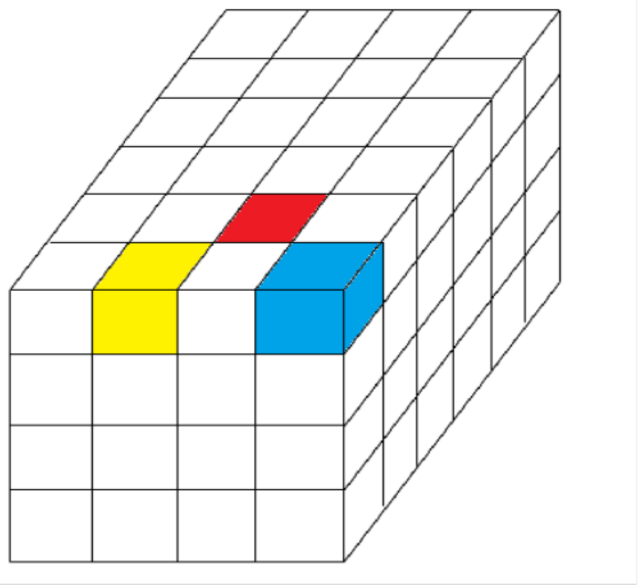
問題Ⅲ　(1)②

まず、どこでもいいから立方体をひとつ取り出すとする。
取り出す立方体のパターンは以下の3通り

ⅰ）赤色を取り出した場合
見えている面積が1であり、取り出した後に表面積として
出てくる面は見えていない残りの面なので5増える
このときの表面積の変化は5-1＝4　より正しくない

ⅱ）黄色を取り出した場合
見えている面積が2であり、取り出した後に表面積として
出てくる面は、残りの4面なので4増える
表面積の変化は4-2＝2　　より正しくない

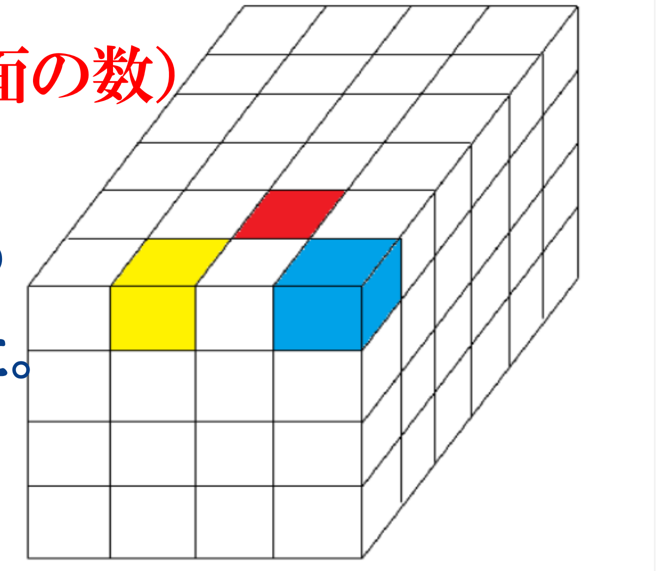
ⅲ）青色を取り出した場合
見えている面積が3であり、取り出した後に表面積として
出てくる面は、残りの3面なので
表面積の変化は3-3＝0　となり、青色（見えている面が三面ある図形）を取りだせばよいことがわかる。



問題Ⅲ　(1)②

この問題は・・・

6面－(出ている面の数)
＝(選んだ立方体を取り出した時に出てくる面の数)
ということが考えられれば簡単になり、
こういった法則性に気づくことで算数・数学の
面白さの理解に繋がるのではないかと考えた。



問題Ⅲ　(1)③

③答え：なし

②でポイントとなったこと（赤色の部分）を
もとにして考えるため、表を作る

右の表を見てみると、表面積の変化は0，2，4の三通りしかないことがわかる
したがって表面積が3だけ増えることはない

≪別解≫
増える面積が3であることから考えていく
・減る面積（見えている面積）が1であるとすると
増える面積（見えていなかった面積）は4である
・減る面積が2であるとすると増える面積は5である
・減る面積が3であるとすると増える面積は6である

このように考えていくと、これらは立方体では
不可能であるから、答えは「なし」になる

見えている面の数	見えていない面の数	表面積の変化
1	5	5−1＝4 増
2	4	4−2＝2 増
3	3	3−3＝0 変化なし

問題Ⅲ　(1)

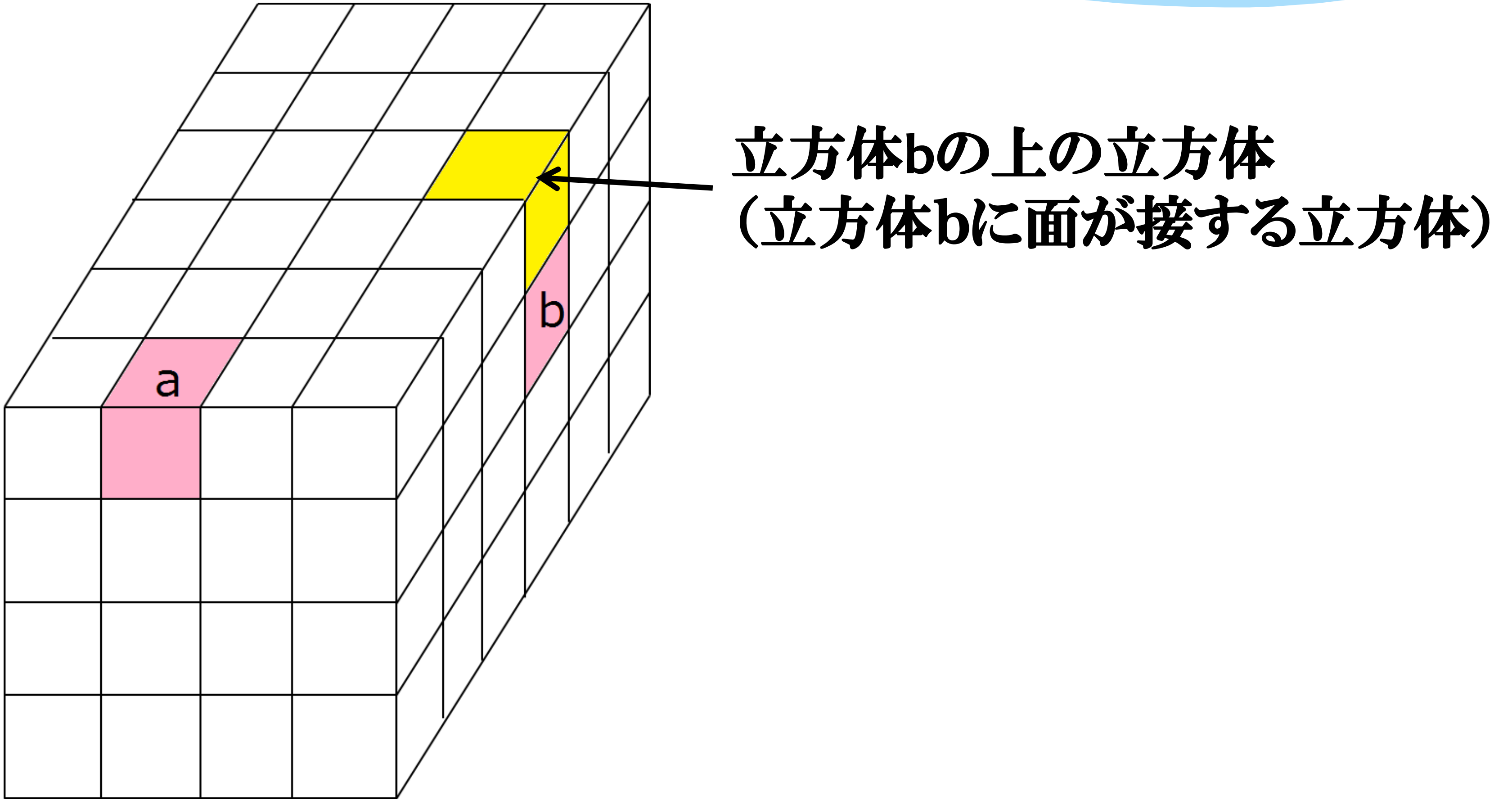
* 法則や規則性に基づいて、下図のような単純な表を作るだけで、数学の問題を解きやすくしてくれる。
* 簡単に解けることが実感できて、そこから面白さを感じてくれるようになると考える。

* POINT：法則を考える、表を作る

見えている面の数	見えていない面の数	表面積の変化
1	5	5－1＝4 増
2	4	4－2＝2 増
3	3	3－3＝0 変化なし

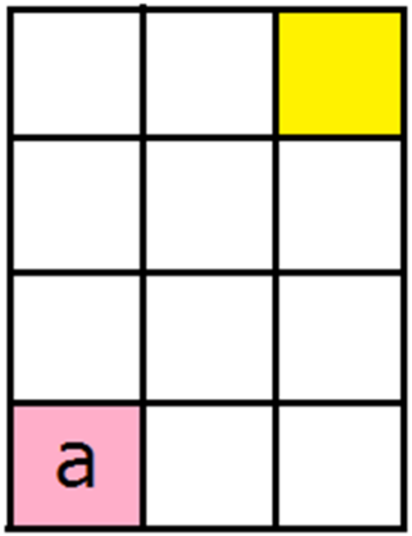
問題Ⅲ　(3)①

①抜き取る立体の個数が最も少ないとき、
その個数（立方体a,bを含む）は何個か、答えなさい。



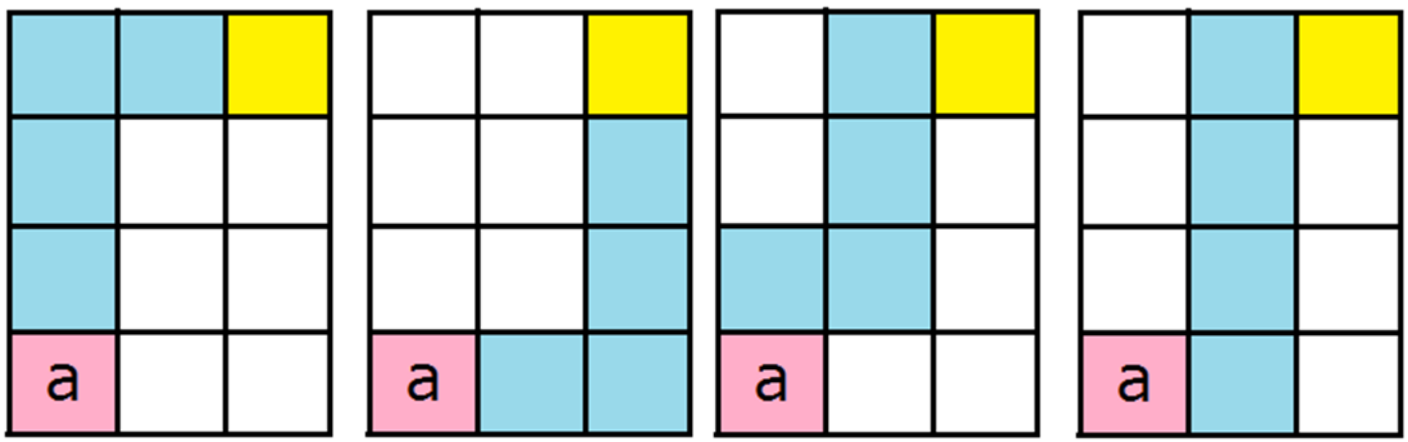
問題Ⅲ　(3)①

直方体を上から見てみると・・・
立方体bの上の立方体まで
面が接する立方体を抜き取ると、
その個数(立方体a,立方体bの上の立方体を含む)は
最も少なくて何個か考える。



問題Ⅲ　(3)①

立方体aから立方体bの上の立方体まで面が接する立方体を抜き取ると、その個数は最も少なくて6個になる。
(例)



立方体bの上の立方体は立方体bに面が接しているので、立方体aから立方体bまでの抜き取る立方体の個数は、6個に立方体bを足して合計7個

問題Ⅲ　(3)②

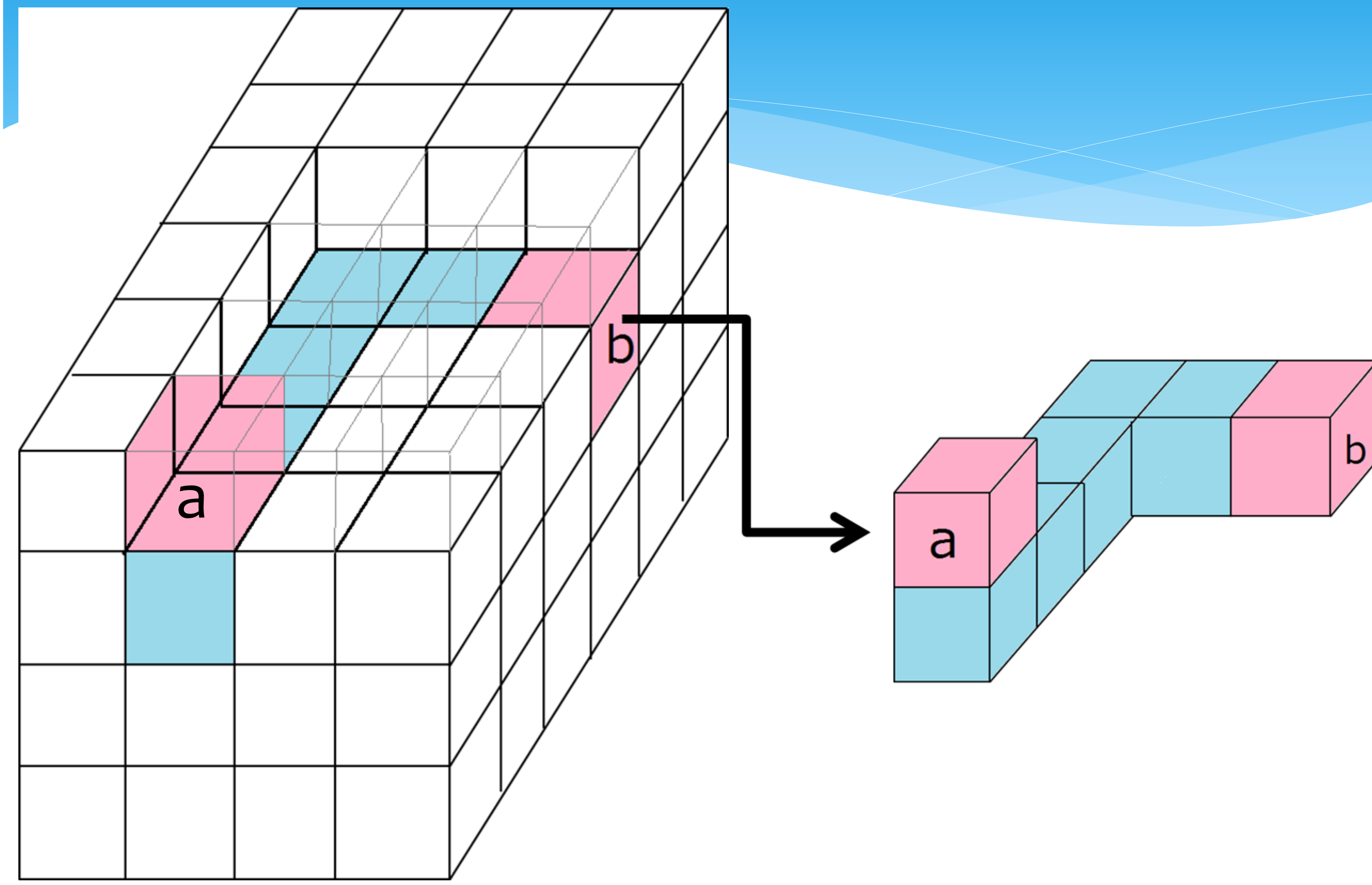
②　①のとき、立体Vの表面積が最も大きい場合では
　何㎠か、答えなさい。

〈考え方〉

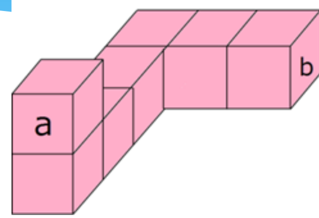
(1)より、今見えている面が少ない立方体を抜き取ると
表面積は大きくなる

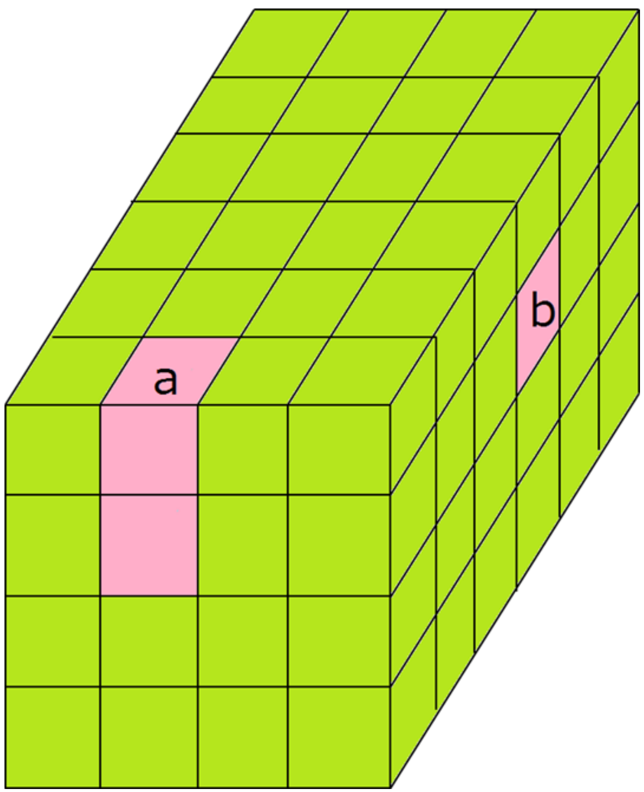
(3)①より、抜き取る立方体の数は7個で
今見えている面が少ない立方体を抜き取る

問題Ⅲ　(3)②



問題Ⅲ　(3)②

(あ)直方体から  を抜き取った時の直方体の表面積を考える。

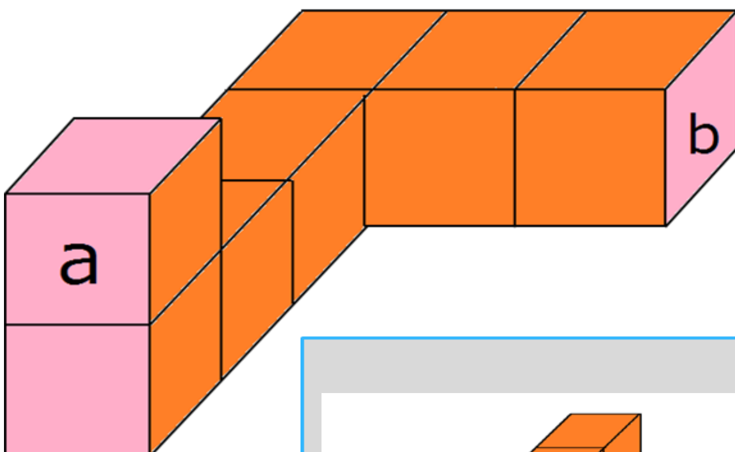


元の直方体の表面積から抜き取る図形の見えている面を引く

128㎠(直方体の表面積)
－4㎠(抜き取る図形の今見えている面)
＝124㎠

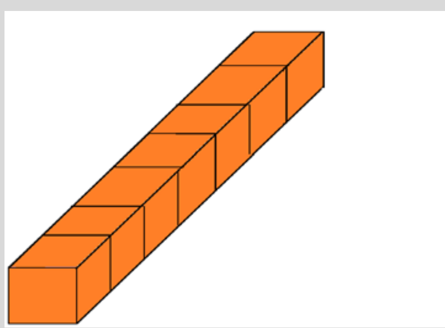
問題Ⅲ　(3)②

(い)抜き取った立体の表面積を考える。



抜き取った立体の表面積から直方体の時に見えていた面を引く

30㎠－4㎠＝26㎠



一直線に並べて考えるとわかりやすい
並べ替えても接している面の数は同じなので
表面積は変わらない。
7㎠×4＋2㎠＝30㎠

問題Ⅲ　(3)②

最後に、(あ)と(い)でそれぞれ求めた表面積を足す。

124㎠+26㎠＝150㎠

問題Ⅲ　(3)

* 図形を空間的にとらえることの難しさと楽しさを理解できる問題である。
* どのように計算すれば正確で早いか、と頭を柔軟に使うことの良さに気づくことができる。
* 下図のような例より、問われていることを自己の知識を活用し、理解しやすいものに変える力を身に付けさせることができると考える。