発展的思考・態度を視点とする授業評価モデルの開発と検証

:発展的思考の育成の視点からの練り上げの反省

佐藤　学
秋田大学

重松　敬一
奈良教育大学名誉教授

赤井　利行
大阪総合保育大学

杜　威
秋田大学

新木　伸次
国士舘大学

城田　直彦
桐蔭横浜大学

椎名　美穂子
秋田県総合教育センター

黒田　大樹
皇學館中学・高等学校

東北数学教育学会　第24回初夏研究会
令和元年5月25日（土）10:00～10:30　山形大学地域教育文化学部1号館114講義室

科研費
KAKENHI

本発表の目的

＜これまでの研究における問題＞

- 発展的思考・態度を促す授業の捉え方が明確でないため，**「発見的発展」「構造的発展」「新しい発展」の状況から捉える**ことを提案した。
- 発展的思考・態度を促す授業（以下，発展授業）は，教師が，教材の系統性・関連性を踏まえ，授業展開を発見的発展，構造的発展，新たな発展から設計し，学習者の反応を適切に解釈，指導・支援することで成立すると考える。
- これらを**読み取ることは難しく，発展授業の成否が共有できないでいる。**
- **本発表では，教師の「5つの知る」をもとに，授業評価する方法を検討する。**

＜本稿における目的＞

本発表では教師の「5つの知る」をもとに授業評価する方法を検討する。

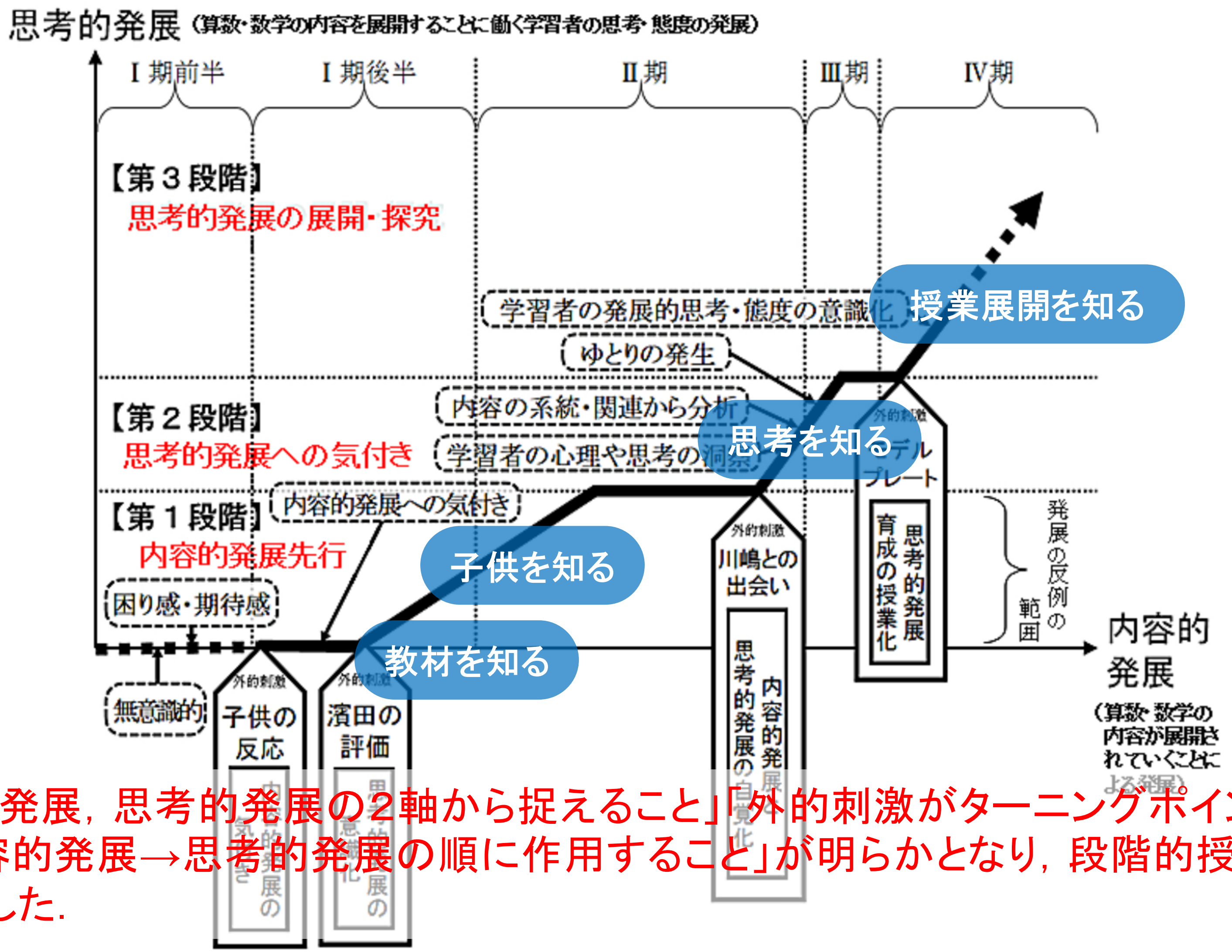
発展的思考・態度の3状況

発見的発展	構造的発展	新たな発展
構造的な発展のきっかけを生み出す，当面の問題（狭義の意味）から次の問題（狭義の意味）へと**発見的な気付きの過程。**	構造化に向けて新しく見出した概念や性質をより広い立場にも適用しようとすることの**「統合」の働き**と，その構造化に向けた**「簡潔・明瞭・的確」と「一般化」の働きと，その過程。**	**発見的発展の過程で得た知的欲求により，**構造化した概念や性質を，「数値を変える」「場面を変える」「数値と場面を変える」「考察の視点を変える」を行い，**新たに発展させる過程。**
	・統合的，発展的に考察（文部省，1968・1969） ・統合的・発展的に考察する力（文部科学省，2017） ・統合といった観点による発展的な考察（中島，1982） ・数学はものごとを発展的，統合的にみてより簡潔・明瞭・的確なものを求め続ける態度に支えられている。（清水，2006） ・内包的一般化と外延的一般化（Dörfler，1991）	

段階的授業モデル（佐藤他，2018）

調査対象：算数・数学を専門とし，教職25年を有する教師S．発展的思考・態度の形成を意図した授業を展開する力量を備えている。

調査方法：教師Sへの聞き取りを6回（2018年7月の９日，10日，11日，16日，19日，23日）行い，教師Sが作成した資料（学習指導案，報告書，研究論文等）とも照合し，事実の確認と補完。



「内容的発展，思考的発展の2軸から捉えること」「外的刺激がターニングポイントとなって，内容的発展→思考的発展の順に作用すること」が明らかとなり，段階的授業モデルを改善した．

発展的思考・態度を視点とする授業評価モデル（佐藤他，2019）

	教材を知る	子供の反応を知る	子供の思考を知る	授業展開を知る	数学をすることを知る
十分知っている	系統性と関連性を知り，その意味を理解している。	学習者が到達可能な反応，不達成となる反応を多様に知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈し，次の反応を予想することができる。	発展の3状況を踏まえた授業展開が設計でき，学習者の状況に合った認知的支援とメタ認知的支援ができる。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知っており，学習者と楽しめる。
知っている	系統性と関連性を知っている。	子供の到達可能な状況または不達成な反応を知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈することができる。	発展の3状況による授業展開が設計でき，学習者の状況に合った認知的支援ができる。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知っている。
よく知らない	系統性，関連性が分からない。	学習者の反応を想定できない。	学習者の反応から思考過程を解釈することができない。	知識の伝達・習得することに重きをおいた授業展開であり，認知的支援も不十分である。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知らない。
	系統性，関連性	到達可能反応，不達成反応	解釈，予想	発展の3状況，認知，メタ認知	数学的活動，面白さ，楽しさ

検証授業

分析対象授業　中学校3年「振り子の周期と紐の長さ」

・2019年2月6日，2月13日，3月6日

（全3回）

小学校2年「箱の形」

・2016年2月22日

（4/6時間）

分析方法　各授業をビデオ撮影し，発話プロトコルを作成。発話プロトコルを，授業評価モデルに従って分類・整理。

分析方法

小学校2年「箱の形」

プロトコル		教材	反応	思考	授業展開	数学
T	ちょっと聞きますね。「あ」と同じ形ってどれ？	十分知っている	十分知っている		知っている	
C全	「か」。					
T	あ，「か」ね。これ（「あ」）とこれ（「か」）が同じ形。これ（「あ」と「か」）が向かい合えばいいよっていうことですね。					
T	２個同じものは？					
C全	「お」。					
T	「お」。これ（「い」）とこれ（「お」）ね。「う」と同じものは？					
C全	「え」。					
T	「え」。これ（「う」と「え」）がこう向かい合っていればいいんだよっていうことだったんですよね。					
T	ちょっともう一回やってみようか。					
T	（展開図を手に持って）ここ（「あ」と「か」）は，どうですか？「あ」と「か」は。					
C	合ってます。					
T	向かい合ってますよね。うん。					
T	「い」と「お」は？					
T	どうですか？					
T	向かい合ってないね。隣同士なっちゃってるよね。					
T	ここがちょっと，間違えたところかなあっていう意見ですね。					

面構成を辺の長さに着目する解決に加え，位置関係からも検討している。

学習者の発話から，向かい合う面が隣り合っていることへの気付きが不十分であること，このままでは進展しないと予想している。

位置関係に着目するための認知的支援はできている。

発話を局面毎にまとめ，「5つの知る」に分類・整理。

分析方法

中学校3年「振り子の周期と紐の長さ」

T：じゃあ，このプリント見てくれますか。左上終わりました。最終的に2倍にするにはどうしたらいいかを書けばいいんですが，**いきつくのはなかなか難しいと思います。**

生徒に不安を与えるので知っていると言えない。

子供の不達成な反応を知っている。

解釈の相違は，議論して決定。

振り子の周期と紐の長さの分析（全3回）

		教材を知る	子供の反応を知る	子供の思考を知る	授業展開を知る	数学をすることを知る
十分知っている		系統性と関連性を知り，その意味を理解している。	学習者が到達可能な反応，不達成となる反応を多様に知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈し，次の反応を予想することができる。	発展の3状況を踏まえた授業展開が設計でき，学習者の状況に合った認知的支援とメタ認知的支援ができている。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知っており，学習者と楽しめる。
知っている		系統性と関連性を知っている。	子供の到達可能な状況または不達成な反応を知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈することができる。	発展の3状況による授業展開が設計でき，学習者の状況に合った認知的支援ができている。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知っているが，学習者の視点に及んでいない。
よく知らない		系統性，関連性が分からない。	学習者の反応を想定できない。	学習者の反応から思考過程を解釈することができていない。	知識の伝達・習得することに重きをおいた授業展開であり，認知的支援も不十分である。	数学の面白さや新たな発展に向けた数学的活動を知らない。
1	7		○			
	19			○		
	39			○		◎
2	22	◎			◎	◎
	30	○			○	
	37			◎	◎	
	41			◎	○	
3	0			◎	○	○
	47			○	○	
		系統性，関連性	到達可能反応，不達成反応	解釈，予想	発展の3状況，認知，メタ認知	数学的活動，面白さ，楽しさ，学習者の視点

各局面を解釈することはできるが，量的傾向を捉えることが困難であり，授業参観の印象と整合しない。また，利便性に欠ける。

状況間のシフト

J1　前時の授業の見直し

J2　今日の問題の提示

J3　生徒が個人かグループで問題に取り組む

J4　解決方法を議論する

J5　要点の強調とまとめ

日本の授業パターン（清水，2001）

＋

“「教師の出番」「教師の指導性」”

発展の状況から状況へとシフトする際の教師の主導性

教師の習性か，文化的スクリプトか

小4「何百何十÷何十の計算」実践(1)

小4「何百何十÷何十の計算」実践

170 ÷ 30 = 5あまり2

↓　　　　　↑

17 ÷ 3 = 5あまり2

左の解決から，余りの処理について練り上げていく。
児童は，
・確かめ算の結果を根拠にすること，
・余り２とは10が２個あること
・10のまとまりが２個あること
と話し合っていた。さらに，教師は児童の発表を求めた。

C1：17÷3＝5あまり2は，10のまとまりで考えていて，5つのグループに分けられていて。
T1：この5は違うの？この5は何？
C2：5つのグループ。
C3：10のまとまりで計算しているので，2は10のまとまりが2つあるってこと。
C4：何がわかんないんだろ。
T2：先生はわかんないかって？みんなはオッケーなの。
C少：ううっ。

小4「何百何十÷何十の計算」実践

$$\begin{array}{ccccc} 170 & \div & 30 & = & 5\text{あまり}2 \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ 17 & \div & 3 & = & 5\text{あまり}2 \end{array}$$

C5：この17は10のまとまりが17ってことですよね。
C全：はい。
C6：この3も，これと一緒で。この5はC3さんがいった5つのグループに分けられることで，この2はこの5と違って10のまとまり，束で20だと思います。
T3：頭の中に折り紙，見えてる？みんなの頭の中に？折り紙とか合わせて話しできる？
C7：170を10の束にして。そうすると10の束が17できますよね。
C全：はい。
C8：30を10の束にすると，3束できますよね。
C全：はい。
C9：そうすると，これは17束を3束ずつ分けると，5グループに分けられたことになりますよね。
C全：はい。
C少：ほんとだ。
C10：つまり，これは10の束だから，その2個分で20だと思うから余り20だと思います。
C11：いいと思います。
C12：いいと思います。

小4「何百何十÷何十の計算」実践

170　÷　30　＝　5あまり2

↓　　　　　　　　　↑

17　÷　3　＝　5あまり2

T4：Aさん，何か言いたいことある？大丈夫？
A：うなづく。
T5：ここに，図をかいてくれているけれど，これと式を合わせながら説明してくれるともっと分かるかしらね。
C13：この図の考えは，C7さんが言ってくれたように，170を10の束にすると17になって，30を10のまとまりにすると，3になりますよね。
C全：はい。
C14：5つのグループに分けられるということは，このように3束ということは，5つのグループに3束ずつ分けて。それが10のまとまりで考えているので，ここが余り20になったと思います。
ります。170を10の束にして。そうすると10の束が17できますよね。
T6：ということは，余りは2じゃなくて余りは？
C全：20
T7：にしないといけないんだ。
T8：じゃあ，今，折り紙は170枚だけど，他の枚数でも言えるのかな。例えば折り紙は？
C15：190。
T8：190枚ありました。そして？

小4「何百何十÷何十の計算」実践

190	÷	50	=	3あまり40
↓				↑
19	÷	5	=	3あまり4

C16：50。
T9：50枚ずつ分けることにする。式は？
C全：190÷50。
T10：190÷50にする。それで？
C全：10のまとまりで…19÷5になって…
T11：隣の人と一緒にやって。（ペア等で説明 ）
T12：じゃあ，本当にそうか，聞いてみるよ。
C18：（19÷5の続きとして，19÷5＝3あまり4。190÷50の続きとして，190÷50＝3あまり40と板書する。）
C全：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書くところまで，「合っている」の意味合いの頷きを示す。）
C19：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書いたタイミングで）ここだ。よし。
C全：同じです。
T13：これは合っているの。
C全：はい。
C20：これは合っていると思います。10のまとまりで考えて，190は10のまとまりで考えると19束できますよね。50も10のまとまりで考えると5束できますね。19を5つずつ分けると3グループに分けられて余り4になるけど，10のまとまりで考えているので，その4というのは余った10が4個という意味なので，式に戻す3余り40になると思います。

小4「何百何十÷何十の計算」実践(5)

小4「何百何十÷何十の計算」実践

170	÷	30	＝	5あまり2
↓				↑
17	÷	3	＝	5あまり2

T14：本当に合っているか，どうかというのは？
C全：確かめ算。
T15：確かめ算やってみる？確かめ算の式はどうなる？
C全：50×3＋40＝150＋40＝190。
T15：どう？
C全：合っている。
T12：じゃあ，席に戻ろう。

何百何十÷何十の計算における余りの処理について，具体的な操作に基づく説明に到達するまで練り上げている授業である。授業後のインタビューから「はじめは数字だけで話をしていた。途中で子どもの中に，折り紙で束っていう言葉が出てきたりとか，図と関連付けながら説明する子どもが出てきて視覚的にも子ども達の頭の中に残っただろうなと思った」と，学習者の理解の状況を見極めている。

問題解決の過程で働く意識

小4「何百何十÷何十の計算」実践

$$\begin{array}{ccccc} 190 & \div & 50 & = & 3\text{あまり}40 \\ \downarrow & & & & \uparrow \\ 19 & \div & 5 & = & 3\text{あまり}4 \end{array}$$

C全：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書くところまで，「合っている」の意味合いの頷きを示す。）
C19：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書いたタイミングで）ここだ。よし。
C全：同じです。
T13：これは合っているの。
C全：はい。
C20：これは合っていると思います。10のまとまりで考えて，190は10のまとまりで考えると19束できますよね。50も10のまとまりで考えると5束できますね。19を5つずつ分けると3グループに分けられて余り4になるけど，10のまとまりで考えているので，その4というのは余った10が4個という意味なので，式に戻す3余り40になると思います。

問題解決の過程で働く「よりよいもの，より美しいもの，より正しいものを求めるもの，それが人間の精神（澤潟，1961）」に支えられ，簡潔・明瞭・的確，一般化，統合・発展がなされるならば，本実践で表出された学習の意識は，学習者の意思として育てることはできないか。

問題解決の過程で働く意識

小4「何百何十÷何十の計算」実践

190 ÷ 50 = 3あまり40

↓　　　　　　　↑

19 ÷ 5 = 3あまり4

C全：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書くところまで，「合っている」の意味合いの頷きを示す。）
C19：（C18が「190÷50＝3あまり」まで書いたタイミングで）ここだ。よし。
C全：同じです。
T13：これは合っているの。
C全：はい。

授業後インタビューにおいて，教師に「子どもからもう分かったと発言し，次の展開に移ることは可能か」と尋ねたところ，「『もう分かったよ』という言葉を発した体験がない。分かったところで『分かったよ』と言っていいよというのが分かればできると思う。今日の場面は，私のとらえ方と一致していたし，『分かった』といえたと思う。ただ，席に戻ったとき，２人ぐらいは，間違って確かめをやっていた子どもがいたので，それが適応できたかというと違うと思う」と答えている。学習者の意思を捉えている一方，教師は，習熟することへの保障も考慮している。問題解決における学習者の意思と，公教育の責務としての学力保障をどのように調和させていくのか，議論が必要である。

成果と課題

＜成果＞

- 発展的思考・態度の3状況，段階的授業モデルをもとに，授業評価モデルを開発した。
- 授業評価モデルの分析は，各局面を解釈することはできるが，量的傾向を捉えることが困難であり，授業参観の印象と整合しないことが明らかになった。
- 状況から状況へとシフトする際の様相に注目することにより，発展授業の成否判断の可能性を見出した。

＜課題＞

- 教師の主導性に着目した成否判断の妥当性を検証する。

謝辞

本研究は**JSPS科研費18K02518の助成**を受けたものです。ありがとうございました。

This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number **JP18K02518.** Thank you.

引用・参考文献

澤潟久敬（1961）.「自分で考える」ということ，文藝春秋社，49.

佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子（2018）. 学習者の発展的思考・態度を促す段階的授業モデルの開発ー教師の意識変容の長期的事例分析を通してー. 日本数学教育学会第51回秋期研究大会発表集録，602.

佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子（2019）. 発展的思考・態度を視点とする授業評価モデルの開発. 日本数学教育学会第7回春期研究大会発表資料（掲載予定）.

文部省（1968）. 小学校学習指導要領. 文部省.

文部省（1969）. 中学校学習指導要領. 文部省.

中島健三（1982）. 算数・数学教育と数学的な考え方ーその進展のための考察ー，金子書房.

清水静海（2006）. 算数・数学の学びと言語力の育成ー「筋道を立てて説明する力」に焦点を当ててー. 言語力育成協力者会議第1回配付資料 http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/036/shiryo/06061520/010/001.htm（2017.7.24最終確認）

清水美憲（2001）. 数学科授業にみられる「文化的スクリプト」に関する質問ー考察ー国際比較を通してみる日本の授業の特徴の解明ー. 第34回数学教育論文発表会論文集，499-504.

Dörfler. W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. J. Bishop (Ed.), Mathematical knowledge: Its growth through teaching (pp.63-85). Kluwer Academic.