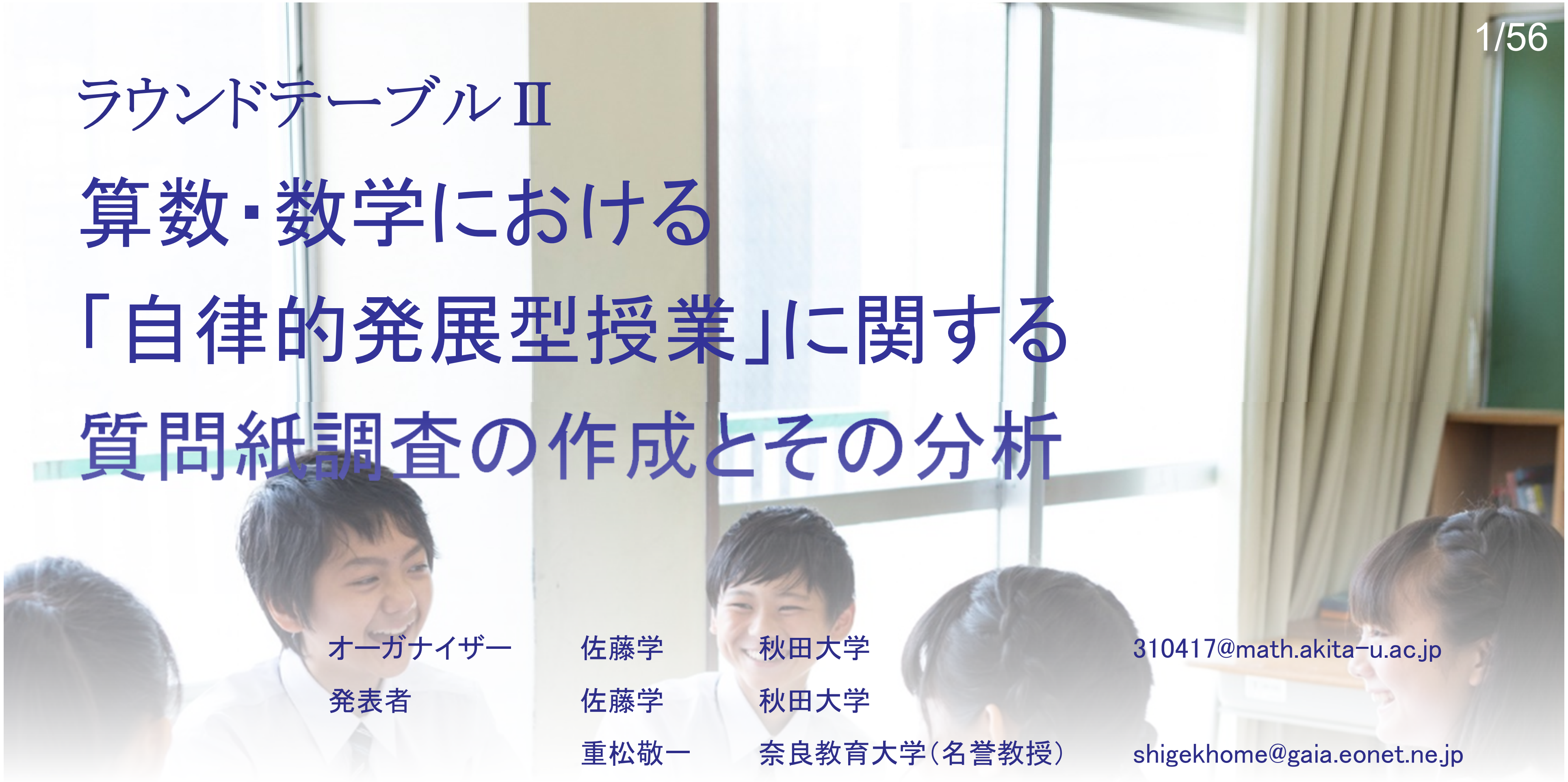


ラウンドテーブルⅡ

算数・数学における「自律的発展型授業」に関する質問紙調査の作成とその分析

オーガナイザー	佐藤学	秋田大学	310417@math.akita-u.ac.jp
発表者	佐藤学	秋田大学	
	重松敬一	奈良教育大学（名誉教授）	shigekhome@gaia.eonet.ne.jp
	新木伸次	国士舘大学	arakis@kokushikan.ac.jp
	黒田大樹	岐阜聖徳学園大学	dkuroda@gifu.shotoku.ac.jp
指定討論者	加藤久恵	兵庫教育大学	katohi@hyogo-u.ac.jp

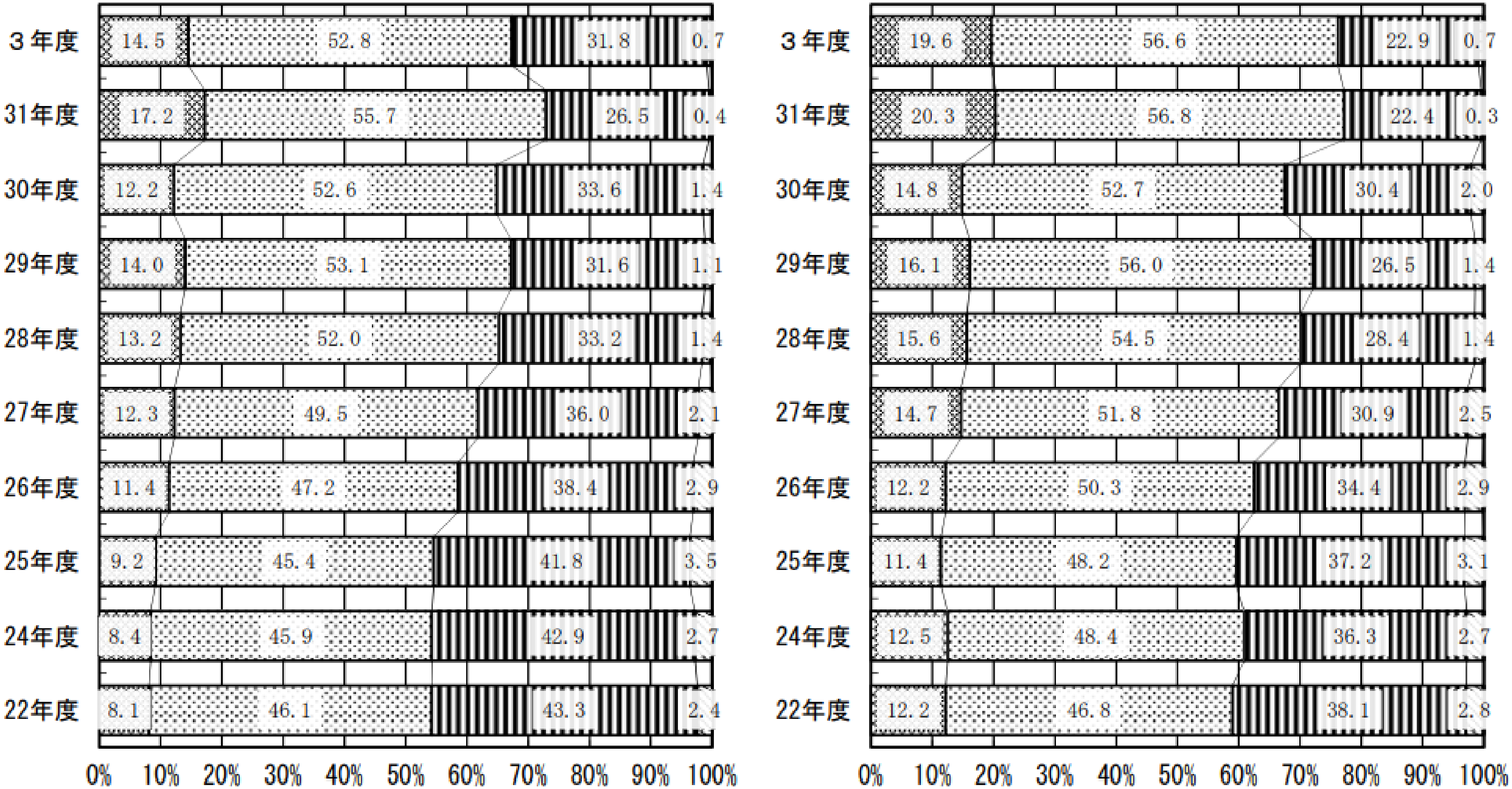
第10回春期研究大会

2022年6月5日（日）14:00～16:00　宇都宮大学オンライン

全国学力・学習状況調査報告書【質問紙調査】

	質問番号	質問事項
小	５６	調査対象学年の児童生徒に対する算数〔数学〕の指導として，前年度までに，発展的な学習の指導を行いましたか
中	５６	

【小学校】　　　　【中学校】



令和3年度全国学力・学習状況調査報告書【質問紙調査】(2021, p.82)より転載.

小学校，中学校において，発展的な学習の指導への取組は増えている.

高等学校学習指導要領実施状況調査【数学Ⅰ】

(8) 生徒が自分で問題を設定して探究するような活動を取り入れていますか。

[全体]（各選択肢を選んだ教師の割合（%）と人数（人））

回答状況	そうしている		どちらかといえば そうしている		どちらかといえば そうしていない		そうしていない		その他		無回答		合計	
	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)
α	4.8	7	10.9	16	50.3	74	33.3	49	0.0	0	0.7	1	100.0	147
β	2.1	3	15.8	23	52.7	77	28.1	41	0.0	0	1.4	2	100.0	146
全体	3.4	10	13.3	39	51.5	151	30.7	90	0.0	0	1.0	3	100.0	293

平成27年度高等学校学習指導要領実施状況調査(2021, p.1)より転載.

(1) 各領域の内容を総合したり日常の事象や他教科等での学習に関連付けたりするなどして見いだした課題を解決する機会を設けていますか。

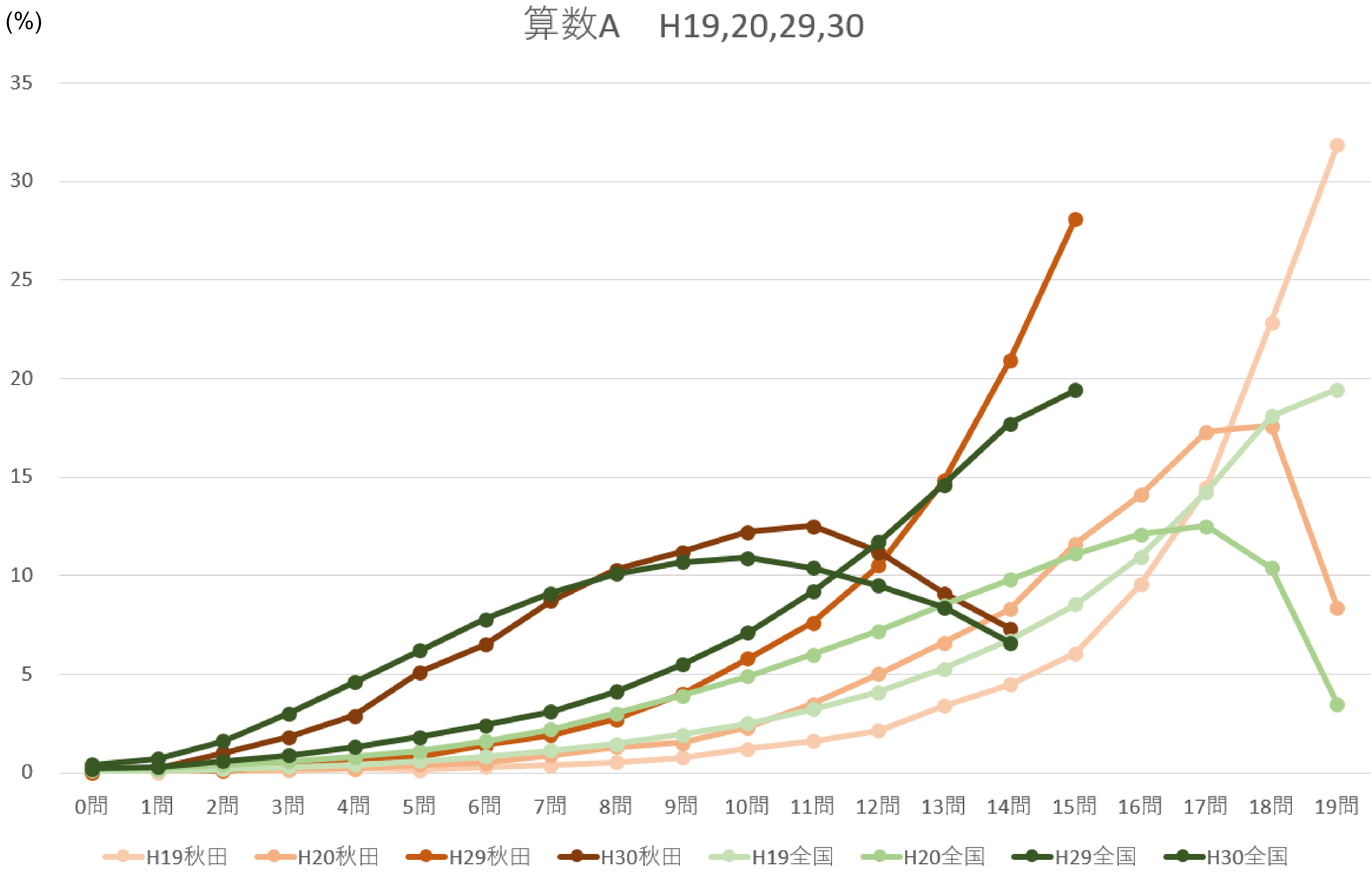
[全体]（各選択肢を選んだ教師の割合（%）と人数（人））

回答状況	設けている		どちらかといえば 設けている		どちらかといえば 設けていない		設けていない		その他		無回答		合計	
	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)	割合(%)	人数(人)
α	6.1	9	21.8	32	50.3	74	20.4	30	0.0	0	1.4	2	100.0	147
β	2.7	4	28.1	41	46.6	68	20.5	30	0.0	0	2.1	3	100.0	146
全体	4.4	13	24.9	73	48.5	142	20.5	60	0.0	0	1.7	5	100.0	293

平成27年度高等学校学習指導要領実施状況調査(2021, p.7)より転載.

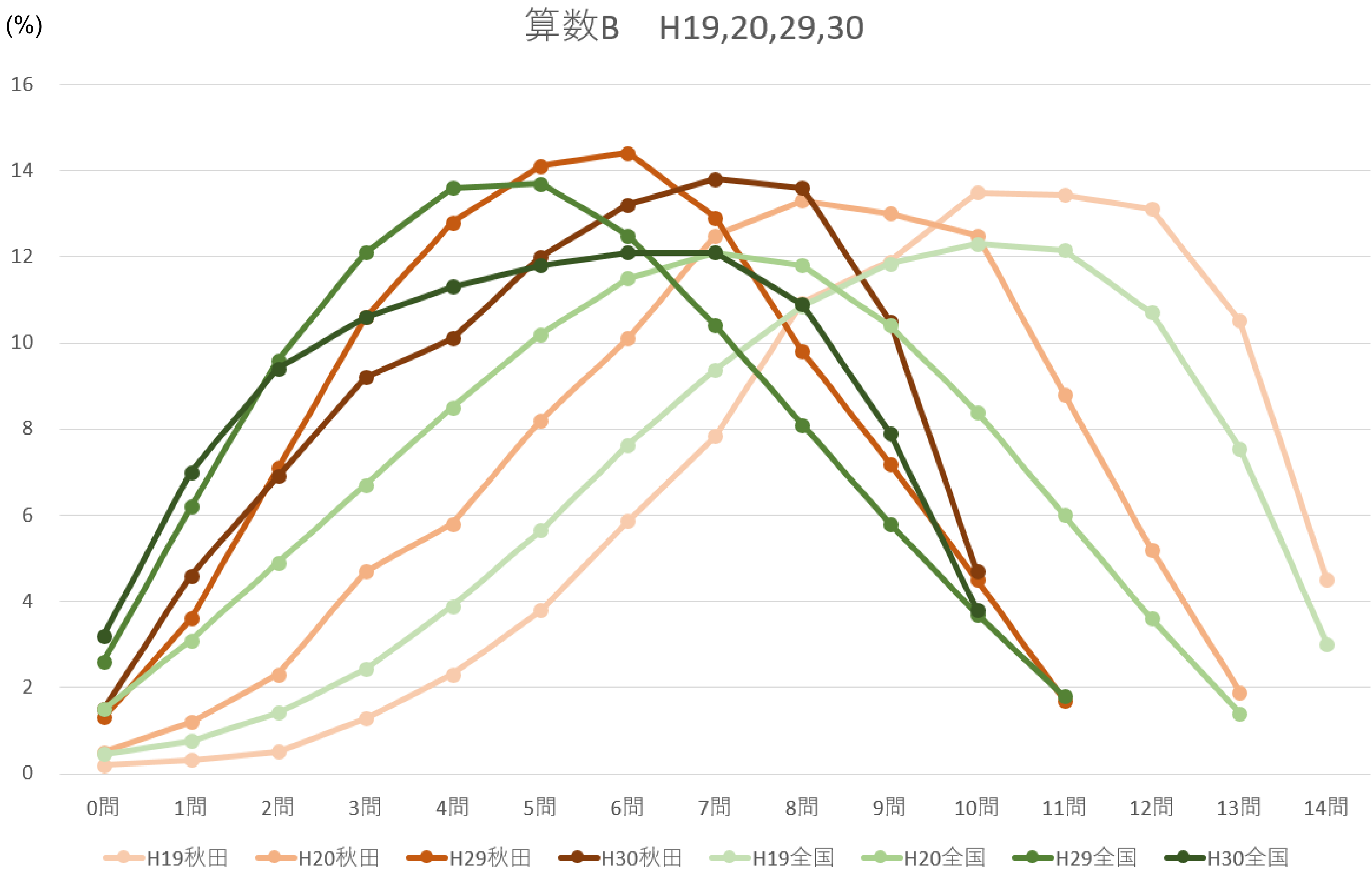
生徒が探究する，生徒が発展的に考えることについての質問は，肯定的な回答よりも否定的な回答が上回っている．自律的発展型授業の実現に向けて，困難があると考えられる．

全国学力･学習状況調査の得点推移【小算A】



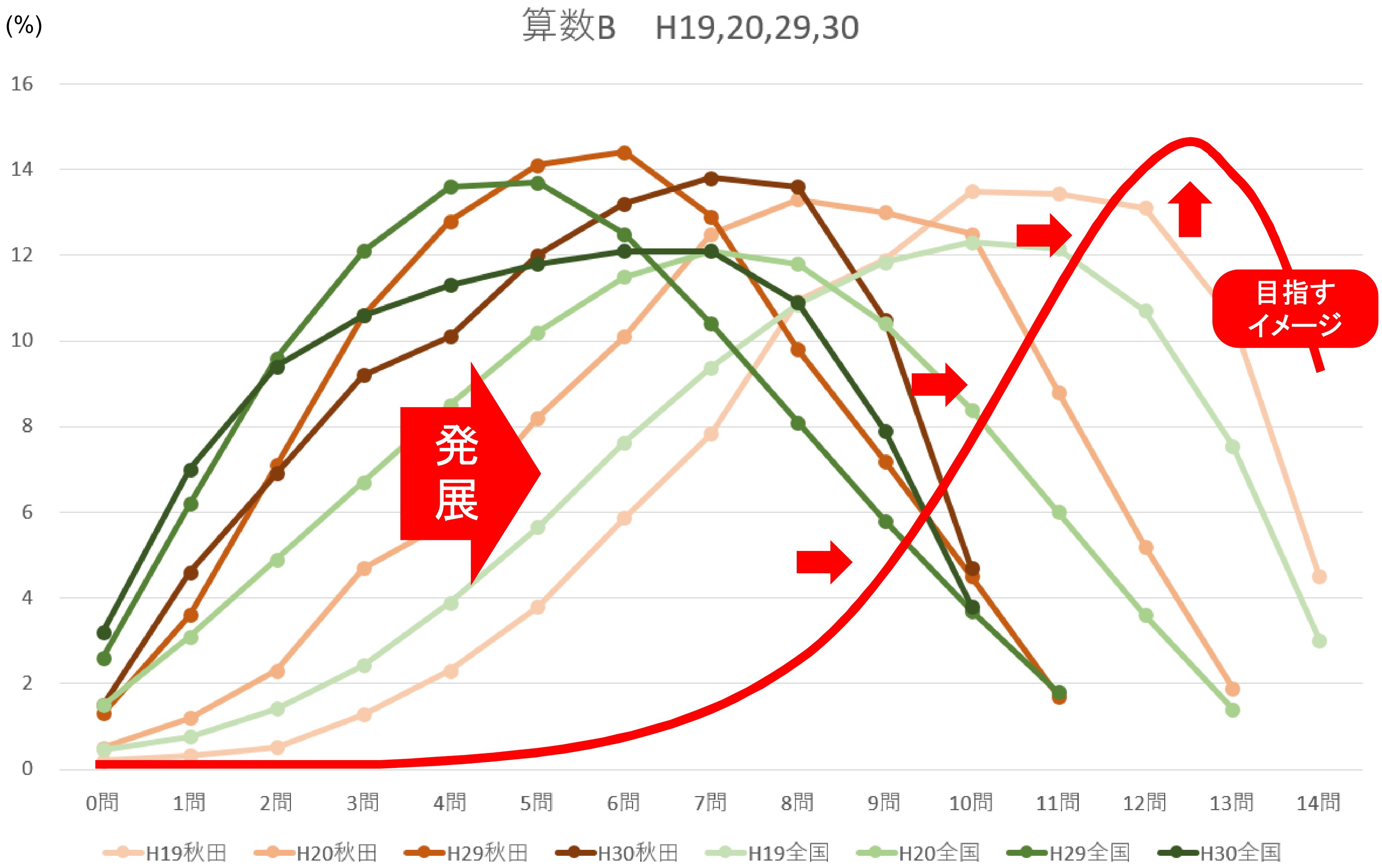
正答数別の割合を見ると，秋田D，全国Dともに，中位層が増えている．

全国学力・学習状況調査の得点推移【小算B】



下位層，中位層が増えている.

発展的思考・態度の育成による学力の変容イメージ



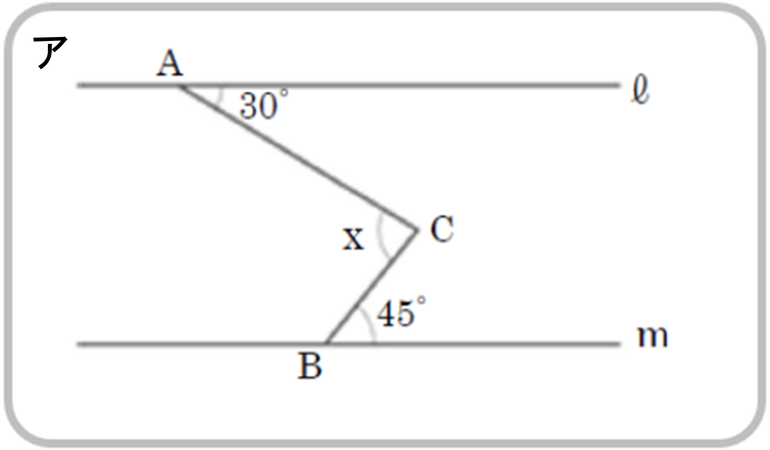
発展的思考・態度の育成により，各層の学力向上を図りたい．

本ラウンドテーブルの目的

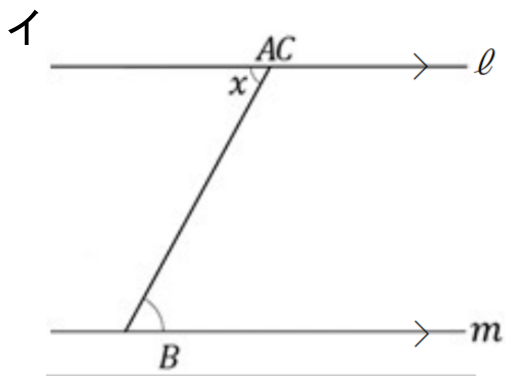
自律的発展型授業の実現には，学習者の問いが働いて発展的に展開する数学的活動となるよう，教師が支援することが重要である．教師が発展型授業をどのように捉えているかにより異なる．本研究は，この捉えを教師の自律的発展型授業における教師の見方・考え方として注目し，質問紙調査の分析を踏まえ，指導への示唆，研修への示唆を得ることを目的とする．

中2「図形の性質と補助線」の問題例と一般的な展開

［原題］ 下の図において，$\ell /\!/ m$のとき，$\angle x$の大きさを求めなさい．

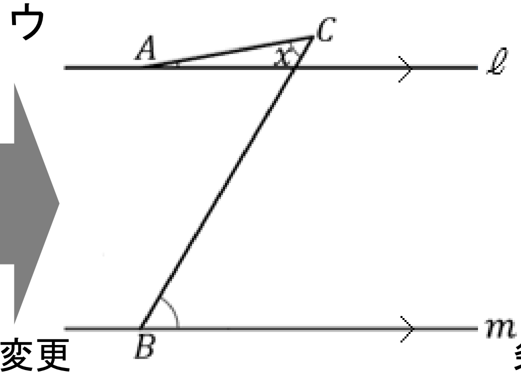


条件変更



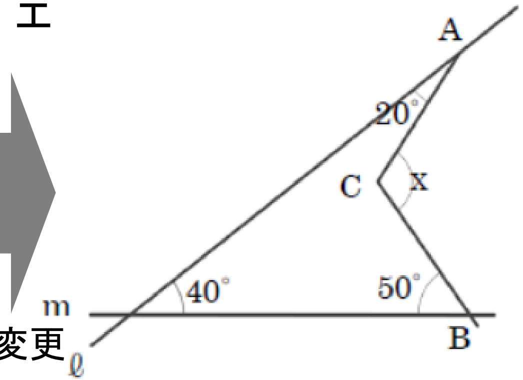
点Cが直線ℓ，m上

条件変更



点Cが直線ℓ，mの外

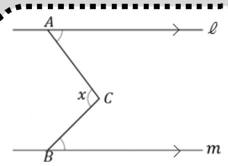
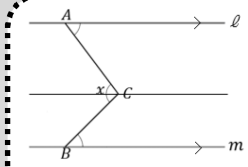
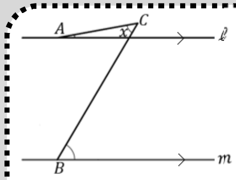
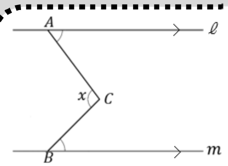
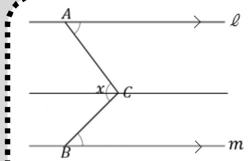
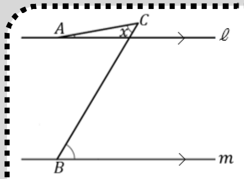
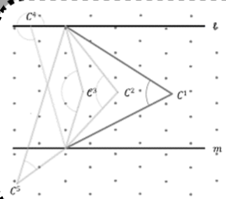
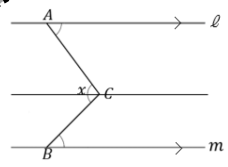
条件変更



2直線が平行でない

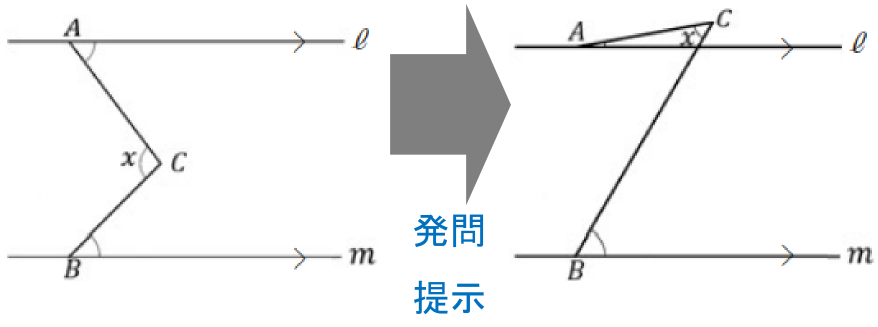
このように順次指導しても，学習者が発展的に考えることにならない場合もある．

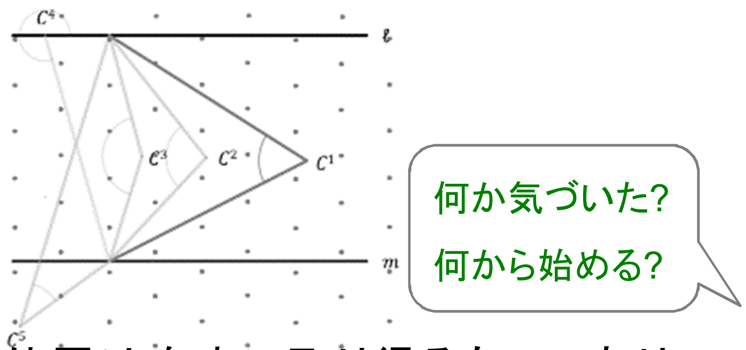
中2「平行線と補助線」問題における発展型授業の違い

		発展3状況における教師の指導・支援		
		発見的発展	構造的発展	新たな発展
内容的発展習得型授業	既知を発展した内容の習得は見られるが，**新たな発展のない授業.**	 点Cが$\ell /\!/ m$の場合を提示，平行線の性質，図形の性質が使えないか，見通しを持たせる.	 補助線により，平行線の性質，図形の性質によって解決できるとまとめる.	 別問題として，点Cが$\ell /\!/ m$の外に出た問題に取り組ませる.
指導的発展型授業	**教師主導で**新たな発展が展開する授業.	 点Cが$\ell /\!/ m$の場合を提示，平行線の性質，図形の性質が使えないか，見通しを持たせる.	 補助線により，平行線の性質，図形の性質によって解決できるとまとめる.	 点Cが$\ell /\!/ m$の外に出た問題を提示する。どのようなことがいえるか，考えさせる.
自律的発展型授業	**学習者の意思が働いて**発展3状況が展開している授業.	 点Cの多様性を意識させ、解決しやすい場合の見通しを持たせる。	 補助線により，平行線の性質，図形の性質によって解決できるとまとめる.	新たに取り組みたいことを尋ねたり，これまでに喚起された問いを取り上げる．どのようなことがいえるか，考えさせる.

教師の想定外受容による差違

自律的発展型授業に対する教師の見方・考え方

<table>
<tr><th>絶対的固定的な見方・考え方</th><th>可謬的可変的な見方・考え方</th></tr>
<tr><td>

学習者の思考・態度を考慮した場合，発問や提示により，内容的発展した問題を示す．</td><td>

点Cの位置は自由に取り得るものであり，学習者が解決したい点から始めてよい．</td></tr>
<tr><td>教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方.</td><td>学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>授業実践時の傾向</th><th>授業構想時の傾向</th></tr>
<tr><td colspan="2">ケーススタディから，教師は，授業構想時は「可謬的可変的な見方・考え方」であっても，実践時は「絶対的固定的な見方・考え方」となる傾向である（佐藤他，2022）．こうした傾向が多くの教師にあてはまるかは不明であり，大量調査に取り組むことにした．</td></tr>
</table>

質問紙調査全体の構成

第一部:　個人の属性に関する質問項目

・都道府県，勤務校種，教職経験年数

第二部:　問題の選択（スライド10）

・小1問題～中3問題，数Ｉ問題の例示．多様な解決が可能な問題を設定．

授業構想時の質問項目（スライド11，a～f）

授業実践時の質問項目（スライド12，G～M）

・質問項目a～f，G～Mの回答は5件法による．可謬的可変的な見方・考え方を1，2，どちらでもないを3，絶対的固定的な見方を4，5に配置．

第三部:　自由記述

・全回答を終えての感想，意見．第一部，第二部は必須回答．

Webフォームによる回答とし，第一部，第二部はプルダウンメニューからの選択で回答は必須とした．第三部は自由回答とした．

質問紙調査の構造

<table>
<tr><th colspan="2">教師の見方・考え方
見方・考え方の現れ</th><th>絶対的固定的な見方・考え方</th><th>可謬的可変的な見方・考え方</th></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方.</td><td>学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方.</td></tr>
<tr><td>構想時</td><td>指導対象の問題や内容を解決者として捉える授業構想時の意識（a～f）</td><td colspan="2" rowspan="2">授業構想時では可謬的可変的な見方・考え方であっても，授業実践時は絶対的固定的な見方・考え方が現れると想定して，質問紙調査を構成した.</td></tr>
<tr><td>実践時</td><td>学習者の数学的活動を教育者として捉える授業実践時の意識（G～M）</td></tr>
</table>

授業構想時の質問項目(a～f)

見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方	5件法回答					絶対的固定的な見方・考え方
a. 問題の解決	本問題が**解ける．教えることが分かる．**	1	2	3	4	5	本問題が**解けない，解けても不安が残る．教えることがよく分からない．**
b. 解法の説明	あなたは，本問題の解法を具体的に，または論理的に**説明できる．**	1	2	3	4	5	あなたは，本問題の解法を具体的に，または論理的に**説明できない．または，説明できるが，簡潔さ，明瞭さ，的確さに欠ける．**
c. 法則性の発見	あなたは，本問題を解決した結果から法則性を見つけることが**楽しめる．**	1	2	3	4	5	あなたは，本問題を解決した結果から法則性を見つけることが**楽しめない．**
d. 簡潔・明瞭・的確，一般化	あなたは，本問題の解決について，より簡潔にできないか，より一般的にできないか，より分かりやすくできないか，と**考える．**	1	2	3	4	5	あなたは，本問題の解決について，より簡潔にできないか，より一般的にできないか，より分かりやすくできないか，と**考えない，解決できたらよい．**
e. 見方・考え方のよさ	あなたは，本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法に含まれた見方・考え方のよさが**分かる．**	1	2	3	4	5	あなたは，本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法に含まれた見方・考え方のよさが**よく分からない，気づかない．**
f. 発展的考察	あなたは，本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法を，数量や条件，場面を変えて適用，実用できないか，発展的に**考える．**	1	2	3	4	5	あなたは，本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法を，数量や条件，場面を変えて適用，実用できないか，発展的に**考えない，これ以上考えたくない．**

授業実践時の質問項目（G～M）

見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方	5件法回答					絶対的固定的な見方・考え方
G. 問題の数値，条件，内容，配列	問題の数値，条件，内容，配列には意味があるもののこの限りではないとして，本問題の指導ではそのまま使わない．	1	2	3	4	5	問題の数値，条件，内容，配列には意味があるので，本問題の指導にあたってはそのまま使う．
H. 想定と異なる学習者の解決	本問題における学習者の解決が想定と異なる場合（解決の多様さ，難易），新たな発見として一緒に楽しめる．	1	2	3	4	5	本問題における学習者の解決が想定と異なる場合（解決の多様さ，難易），対処に困惑する，楽しめない．
I. 学習者の困難への対応	本問題の解決において，学習者の思考が進んでない場合は，学習者の気付きを待つ．	1	2	3	4	5	本問題の解決において，学習者の思考が進んでない場合は，学習者の思考を促す支援をすぐ行う．
J. 価値づけ	本問題における学習者の解決に起因するよさ，面白さを価値付けられる．	1	2	3	4	5	本問題における学習者の解決に起因するよさ，面白さを見過ごす，価値付けられない．
K. 多様な解決	本問題の解決が困難な問題でも，多様に考えることを促す．	1	2	3	4	5	本問題の解決が困難な問題は，学習者の理解を考慮して，解決方法を限定したり，提示したりする．
L. 発展－習熟	本問題を解決した後は，学習内容が適用できる範囲を明らかにするため，発展的に考えることを求める．	1	2	3	4	5	本問題を解決した後は，学習内容が定着するよう習熟を図る．
M. 支援の見通し	本問題の解決における学習者が求める支援が分かる．	1	2	3	4	5	本問題の解決における学習者への支援がよく分からない．

例示した問題と想定される解決方法

問題		解決方法
小1	8+6の計算をしましょう.	加数分解，被加法分解による計算.
小2	8の段の九九をつくりましょう.	累加，交換法則，分配法則による構成.
小3	1組と2組の好きな遊び調べの人数をグラフに表しましょう.	棒グラフの対比表現，積み上げ表現.
小4	L字型の図形の面積を，辺の長さを測って求めましょう.	分割，補完，移動による求積.
小5	ひし形の面積を求めましょう.	等積変形，倍積変形による求積.
小6	3/5÷1/3の計算をしましょう.	数直線図，面積図，計算法則による解決.
中1	マッチ棒を並べて横1列に正方形を5個つくるとき，マッチ棒は少なくとも何本必要ですか.	4+3×4，4×5−4，5×2+6，1+3×5の囲み方による解決.
中2	$x+y=7$，$2x+7y=10$の2直線の交点の座標を求めなさい.	座標の読み，連立方程式による解決.
中3	連続する2つの偶数の積に1をたした数は，どのような数になりますか.	「2n，2n+2」とおく解決，「2n−2，2n」とおく解決.
数Ⅰ	3点(−1，0)，(3，0)，(5，6)を通る2次関数を求めよ.	$y=ax^2+bx+c$とおく解決，$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$とおく解決.

回答データ

	小学校	中学校	高校	学生	大学	計
秋田データ	124	71	35	51	1	282
広域データ	132	82	33	24	40	311
全データ	256	153	68	75	41	593
小中高計	477					

D1 D2 D3

*広域データ：北海道(14)，青森県(16)，岩手県(5)，宮城県(5)，山形県(4)，福島県(4)，茨城県(6)，栃木県(6)，埼玉県(8)，千葉県(8)，東京都(13)，神奈川県(5)，新潟県(9)，山梨県(1)，長野県(5)，岐阜県(1)，静岡県(10)，愛知県(10)，三重県(11)，滋賀県(13)，京都府(9)，大阪府(39)，兵庫県(2)，奈良県(28)，和歌山県(11)，岡山県(16)，広島県(18)，山口県(2)，香川県(9)，愛媛県(1)，高知県(3)，福岡県(9)，佐賀県(1)，長崎県(4)，熊本県(3)，沖縄県(3)

- 調査の依頼は，標本抽出法を用いていない．学会・研究会を通じて，個々の教員にメールで依頼したが，十分な量の回答が得られなかったため，小，中，高の各校に電話で依頼した．その際，小については，研究意識の高い教員に偏らないよう，算数を専門としない教員にも回答してもらうよう依頼した．調査期間は，2021年5月～7月．
- 教育委員会・教育センター等勤務，無職の回答は，選択肢問題の回答をもとに，各校種に振り分けた．
- D1：論文2「校種や学生間の差異に着目した分析」，D2「教職経験年数に着目した分析」，D3「広域データと秋田データの分析」．

各分析の結果

発表2	校種や学生間の差異に着目した分析	各校種においては， ・G．問題の数値，条件，内容，配列 ・I．学習者の困難への対応 高等学校においては， ・K．多様な解決 で，可謬的可変的な見方・考え方とはいえないこと．
発表3	教職経験年数に着目した分析	L．発展－習熟の意識について，教職経験年数に着目すると， ・5年未満教員は習熟を図りたいとする傾向 ・5年以上20年未満教員は，「発展－習熟」を模索する傾向 ・20年以上教員は「発展－習熟」が確立される傾向 であること．
発表4	広域データと秋田データの分析	両者は類似する傾向であるが，秋田県小，中学校の教員の意識は，やや習熟の意識が強い傾向であること．

具体的提案のポイント

調査や研究を踏まえて，どうすれば発展型授業ができるか，具体的提案のポイントを示す．

◇自律的発展型授業には，発展3状況の展開が大切である．

◇調査の結果，授業構想時は可謬的可変的な見方・考え方である（発展的数学）が，授業実践時はいくつかの項目において可謬的可変的な見方・考え方とはいえず，絶対的固定的な見方・考え方（習熟的数学）である実態がある．

◇改善には，教師の「5つの知る」の深い学びが必要である．

◇そのための研修を開発したい．

教師の「5つの知る」

		規準 criteria				
		教材を知る Knowing Material	反応を知る Knowing Students' Responses	思考を知る Knowing Thinking	展開を知る Knowing Lesson Developing Way	数学することを知る Knowing Do Math
		内容的発展	個への対応	発話群への対応	適正支援の安定度	数学の面白さ，よさ，数学的活動
基準 Levels : 3 points rating scale for performance levels	十分知っている（下段は下線の解釈）	系統性と関連性を知り，その意味を理解している．	学習者が達成反応，不達成となる反応を多様に知っている．	学習者の反応から思考過程を解釈し次の反応を予想することができている．	発展3状況を踏まえた授業展開ができ，学習者の状況に合った認知的支援とメタ認知的支援ができている．	数学の面白さ，よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っており，学習者と楽しめている．
		→発展の方向性や困難さを適度に調整すること．《授業時における問題の調整》	→学習者の多様な反応を解釈することができること．教師は，水準に近づくよう学習者の反応を待つ．《教師の待ち》	→発話群について，認知的状況，情意的状況において熟考された状況になると，新たな発展が可能と判断すること．《発話群の状況判断》	→学習者の問題解決の状況を捉え，安定的に適正支援ができること．《安定的な適正支援》	→可謬的可変的な見方・考え方を重視し，教師の想定外を受容し，発展的に授業実践すること．《想定外受容》
	知っている（下段は下線の解釈）	系統性と関連性を知っている．	学習者の達成状況または不達成な反応を知っている．	学習者の反応から思考過程を解釈することができている．	発展3状況による授業展開ができ，学習者の状況に合った認知的支援ができている．	数学の面白さ，よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っているが，学習者の視点に及んでいない．
		→系統性や関連性を考慮し問題や内容を発展できること．《指導案の記述内容》	→授業構想や授業展開から発展的思考・態度として対応可能な反応を捉えていること．《反応予想》	→発話群を認知的状況，情意的状況から段階的に把握すること．《発話群の状況判断》	→学習者の問題解決の状況に対して，部分的に適正支援ができること．《部分的な適正支援》	→可謬的可変的な見方・考え方を重視するが，教師の想定内において授業実践すること．《想定内受容》
	知らない	系統性や関連性が分からない．	学習者の反応を想定していない．	学習者の反応から思考過程を解釈することができていない．	知識・技能の伝達・習得に重きをおいた授業展開であり認知的支援も不十分である．	数学の面白さ，よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っていない．

＊《　》は判断材料．

本ラウンドのアプローチ（全120分）

14:00～	10（分）		概要	ラウンドテーブルの趣旨説明	佐藤学
			発表1	質問紙調査の概要	佐藤学
14:10～	30	10	発表2	校種や学生間の差異に着目した分析	新木伸次
		10	発表3	教職経験年数に着目した分析	黒田大樹
		5	発表4	広域データと秋田データの分析	佐藤学
		5	質疑		全員
14:40～	60		協議 *ブレイクセッショングループで協議．報告含む．		全員
15:40～	15		指定討論		加藤久恵
15:55～	5		終わり	自律的発展型授業に対する教師の意識を捉える呼称の提案	重松敬一 佐藤学

ラウンドテーブルの持ち方

ラウンドテーブルとは，立場，役職，校種の異なる数名で円卓を囲み，上下関係や立場を気にせず自由に意見交換を行うミーティングを指す．「上下関係が無いので自由に発言しやすい」「他校種と交流し，リアルに現状を把握できる」「発表者の考えを間近で聞くことができる」「テーマへの関心を高める」の効果があるとされている．

ラウンドテーブルの持ち方

そこで，下記の方法で進めます．

14:40		【説明】	・ラウンドテーブルの進め方を説明します．
	10	【移動】	・ブレークセッションルームを2ルーム設定し，提案側で割り振りします． ・マイクはON，ビデオは可能な方はONでお願いします．
		【自己紹介】	・氏名，所属，経験年数，テーマについて聞きたいこと，話したいことから始めます．
14:50	40	【意見交流】	・参加者の興味・関心，問題意識に基づいて意見交流します． ・テーマは「発展的に考える授業と研修」とし，「悩み，試行錯誤，ありのまま」をキーワードにして，まずは，問題の共有を目指します．
15:30	10	【まとめ】	・メインセッションに戻り，各ルームの報告により全体共有します．

引用および参考文献

アーネスト, P.(2015). 数学教育の哲学(長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳). 東洋館出版社.（原著出版1991年）

国立教育政策研究所教育課程研究センター(2017). 全国学力・学習状況調査問題解説資料. 国立教育政策研究所教育課程研究センター.

文部科学省(2017a). 小学校学習指導要領(平成29年告示). 東洋館出版社.

文部科学省(2017b). 中学校学習指導要領(平成29年告示). 日本文教出版.

文部科学省(2018). 高等学校学習指導要領(平成30年告示). 東山書房.

中島健三(1982). 算数・数学教育と数学的な考え方. 金子書房.

佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017). 学習者が発展的に考えることを支援するモデルプレートの開発とその検証. 日本数学教育学会誌, 99(R), 9-16.

佐藤学・重松敬一・加藤久恵・新木伸次・椎名美穂子・黒田大樹(2022). 発展的思考・態度における「数学することを知る」の枠組みの開発と検証. 東北数学教育学会誌, 53, 25-40. https://doi.org/10.34568/tsme.0.53_25

沢田利夫・橋本吉彦・坪田耕三・中野洋二郎・戸原辰一(1980). 算数の問題の発展的な扱いによる指導法について. 日本数学教育学会誌, 62(10), 8-14. https://doi.org/10.32296/jjsme.62.10_8

謝辞

本発表の研究は，JSPS科研費JP17K04525，

JP18K02518の助成を受けたものです．

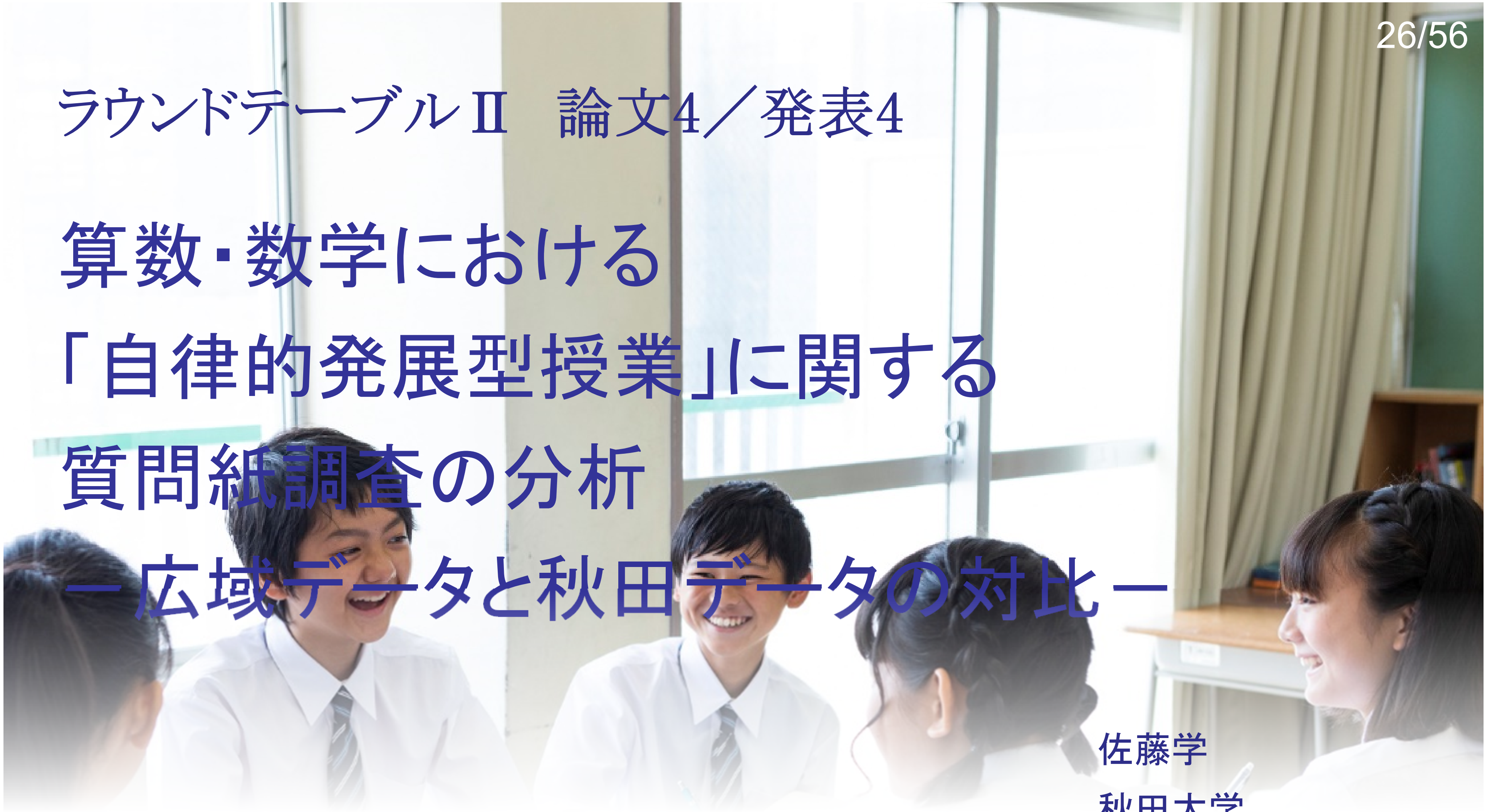
This work was supported by JSPS KAKENHI

Grant Numbers JP17K04525, JP18K02518.

連絡

本調査の報告書は，後ほどチャットでお送りします．また，下記URLよりダウンロードすることも可能です．

http://www.gipc.akita-u.ac.jp/~mathedu/report1.html



ラウンドテーブルⅡ　論文4／発表4

算数・数学における「自律的発展型授業」に関する質問紙調査の分析
ー広域データと秋田データの対比ー

佐藤学
秋田大学
310417@math.akita-u.ac.jp

第10回春期研究大会
2022年6月5日（日）9:30～11:30／14:00～16:00　宇都宮大学オンライン

研究の目的と方法

広域データ，秋田データの対比から，秋田県における「自律的発展型授業」の特徴を明らかにし，指導への示唆を得ることを目的とする．

研究の方法としては，両データの13質問項目を，校種別にt検定するとともに，平均値と併せて分析，考察する．

研究の成果

広域データ，秋田データの対比分析から，両者は類似する傾向である一方，秋田県の小，中学校の教員の意識は，習熟を図りたいとする傾向がやや強いことが見えた．学習者の問題解決に取り組む意識に目を向けた支援が求められる．

回答について

	小	中	高	計
広域データ	132	82	33	247
秋田データ	124	71	35	231
計	132	82	33	247

広域データは，学会や研究会での依頼や国立大学附属学校教員から回答を得たデータであることに留意する必要がある．一方，秋田データの小学校教員の回答については，研究意識の高い教員に偏らないよう，算数を専門としない教員から回答を得たものであることに留意する必要がある．

回答の分析結果

質問項目	小学校			中学校			高校		
	広域	秋田	p値	広域	秋田	p値	広域	秋田	p値
a. 問題の解決	1.20	1.15	0.50	1.13	1.01	0.05	1.00	1.03	—
b. 解法の説明	1.36	1.32	0.69	1.22	1.15	0.44	1.00	1.06	—
c. 法則性の発見	1.49	1.54	0.64	1.30	1.27	0.72	1.36	1.37	0.96
d. 簡潔・明瞭・的確，一般化	1.55	1.50	0.62	1.37	1.28	0.46	1.58	1.29	0.07
e. 見方・考え方のよさ	1.54	1.69	0.11	1.48	1.37	0.28	1.48	1.46	0.86
f. 発展的考察	1.67	1.72	0.61	1.35	1.51	0.16	1.64	1.49	0.39
G. 問題の数値，条件，内容，配列	3.16	3.53	0.02	3.09	3.30	0.31	3.36	3.40	0.91
H. 想定と異なる学習者の解決	1.61	1.77	0.10	1.33	1.59	0.01	1.58	1.54	0.88
I. 学習者の困難への対応	2.69	3.13	0.00	2.78	3.20	0.01	3.24	2.80	0.10
J. 価値づけ	1.82	1.93	0.27	1.66	1.75	0.47	2.12	1.89	0.32
K. 多様な解決	2.46	2.86	0.00	2.24	2.77	0.01	2.73	2.63	0.74
L. 発展ー習熟	2.48	3.08	0.00	1.99	2.52	0.00	2.52	2.34	0.57
M. 支援の見通し	2.00	1.79	0.02	1.88	1.68	0.08	2.03	1.63	0.04

広域データと秋田データの有意差は，小学校3項目，中学校1項目，高校0項目と少なく，地域性による「自律的発展型授業」に関する教師の意識に差違は見られないといえる．特に，高校では顕著である．

考察：習熟の意識

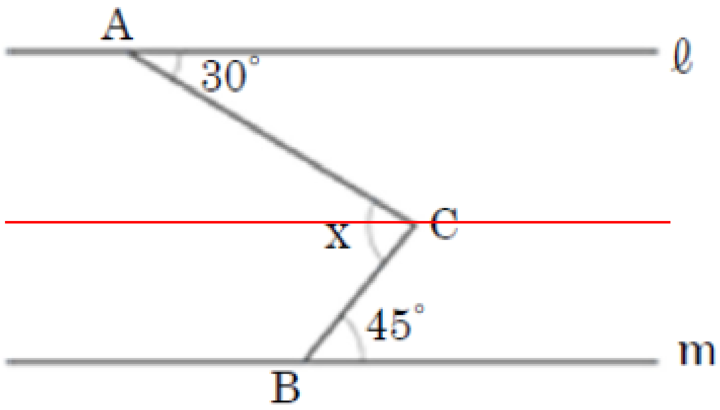
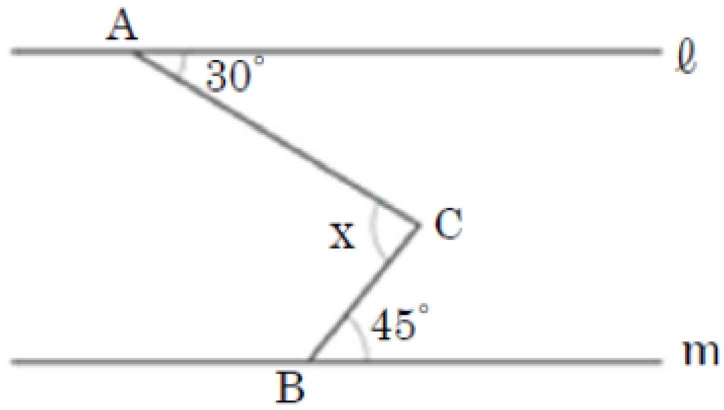
質問項目	小学校			中学校		
	広域	秋田	p値	広域	秋田	p値
G. 問題の数値，条件，内容，配列	3.16	3.53	0.02	3.09	3.30	0.31
I. 学習者の困難への対応	2.69 <	3.13	0.00	2.78 <	3.20	0.01
K. 多様な解決	2.46 <	2.86	0.00	2.24 <	2.77	0.01
L. 発展－習熟	2.48 <	3.08	0.00	1.99 <	2.52	0.00

有意差のあった3質問項目は，
・いずれの平均値も「秋田データ＞広域データ」となっている
・「発展－習熟」の質問項目が含まれている
により，秋田県の教員は，学習内容の定着を図りたいとする意識が高いといえる．
また，「問題の数値，条件，内容，配列」は変えられないとする意識はかなり高い．

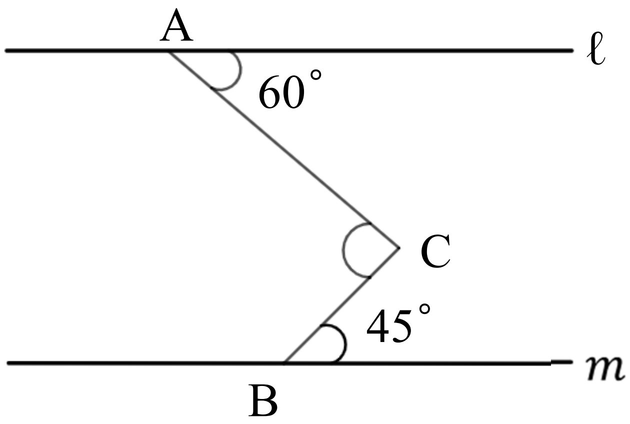
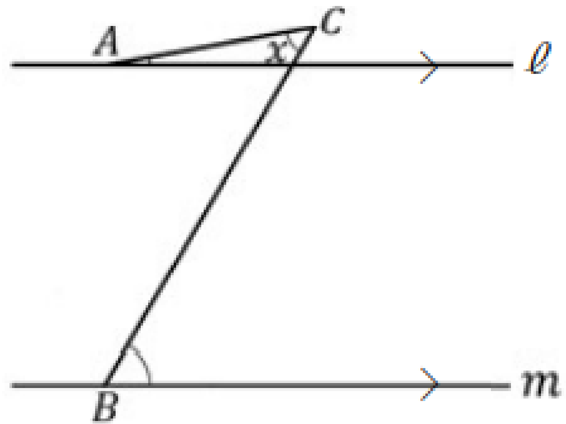
研究の成果(再掲)

広域データ，秋田データの対比分析から，両者は類似する傾向である一方，秋田県の小，中学校の教員の意識は，習熟を図りたいとする傾向がやや強いことが見えた．学習者の問題解決に取り組む意識に目を向けた支援が求められる．

提案:学習者の困難への対応

絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
 認知的支援 ここに補助線をかくと, x を求められないかな.	 30°, 40°に目をつけていてよいですね. 上手く使うことができないかな. メタ認知的支援
教師は, 本学習者の思考が進んでないとはいえ, 学習者が思考すべきことを, 教師が先回りしている. そのため, 学習者は, 基本的な数理的処理を行うことしか, 残されていない.	教師は, 数, 量, 図形, それらの関係について学習者が注目することを重視し, それらを使って解決できるよう, 学習者の思考に適した支援を考える. 学習者は, 教師から解決方法を示されないため, 自らの気づきや思考が尊重される.

提案：発展－習熟

絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
	
認知的支援　Aの角度が変わっても，先の問題と同じように解けるかな．	メタ認知的支援　次は，どんな問題に取り組んでみたいかな．
教師は，解決方法の理解が定着するよう，簡単な数量変更の問題に取り組ませる．学習者は，問題の構造が大きく変わらないため，困難は少なく，解決しやすい．	学習者の問題意識によって問題が設定される．学習者が解決できない場合もあるが，主体的な取り組みとなる．学習者は，新たに見出した解決方法や概念，性質の適用できる範囲を捉えることができ，理解を深めることになる．

引用および参考文献

文部科学省・国立教育政策研究所(2021). 令和3年度全国学力・学習状況調査報告書質問紙調査. 文部科学省・国立教育政策研究所.

国立教育政策研究所教育課程センター(2019). 平成27年度高等学校学習指導要領実施状況調査教師質問紙調査(数学Ⅰ). https://www.nier.go.jp/kaihatsu/shido_h27/h27/09h27kyoushi_suugaku.pdf(2022.1.17参照)

阿部昇(2021). 秋田県の子どもの学力が「13年間連続トップクラス」なワケ. https://diamond.jp/articles/-/283900?page=2(2022.1.17参照)

ラウンドテーブルⅡ　論文5／発表5

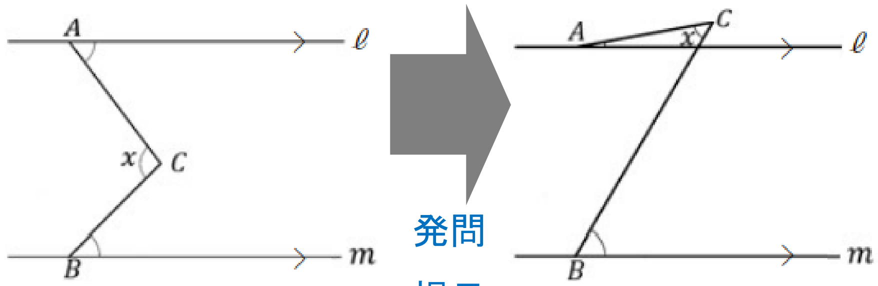
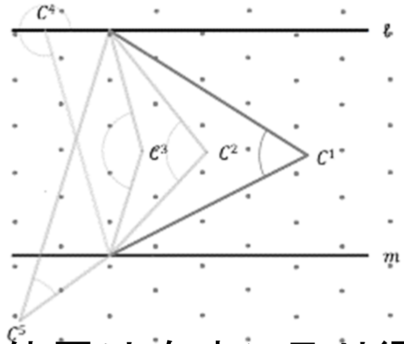
教師の習熟的数学，発展的数学の意識について

重松敬一
奈良教育大学(名誉教授)
shigekhome@gaia.eonet.ne.jp

佐藤学
秋田大学
310417@math.akita-u.ac.jp

第10回春期研究大会
2022年6月5日（日）9:30～11:30／14:00～16:00　宇都宮大学オンライン

研究の背景と目的

絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
 学習者の思考・態度を考慮した場合，発問や提示により，内容的発展した問題を示す．	 何か気づいた? 何から始める? 点Cの位置は自由に取り得るものであり，学習者が解決したい点から始めてよい．
教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方.	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方.

「絶対的固定的な見方・考え方」「可謬的可変的な見方・考え方」によって，自律的発展型授業における教師の見方・考え方を捉えてきたが，これらは，難解で，冗長的で表現であるため，広く浸透するには至っていない．

研究の目的と方法

自律的発展型授業に対する教師の2つの意識に関する論点を検討し，新たな呼称を提案する.

研究の方法としては，指導観，数学観，学習観に関する先行研究と，小1「被加数分解」の事例を考察し，2つの意識で重視するべき視点を導出する.

研究の成果

指導観，数学観，学習観に関する考察から，自律的発展型授業の実現には『学習観』が重要との考えに至った．これらを包含する平易な表現の『習熟的数学－発展的数学』に改めることにした．

習熟的数学－発展的数学

	絶対的固定的な 見方・考え方	可謬的可変的な 見方・考え方
従来の呼称と その定義	教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方．	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方．
指導観(Deci他)	行動制御	自律性支援
数学観(アーネスト)	絶対主義	可謬主義
学習観(國本)	機械論	生命論

新たな呼称	習熟的数学の意識	発展的数学の意識

研究の成果

指導観，数学観，学習観に関する考察から，自律的発展型授業の実現には『学習観』が重要との考えに至った．これらを包含する平易な表現の『習熟的数学ー発展的数学』に改めることにした．

引用および参考文献

アーネスト, P.（2015）．数学教育の哲学（長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳）．東洋館出版社．（原著出版1991年）

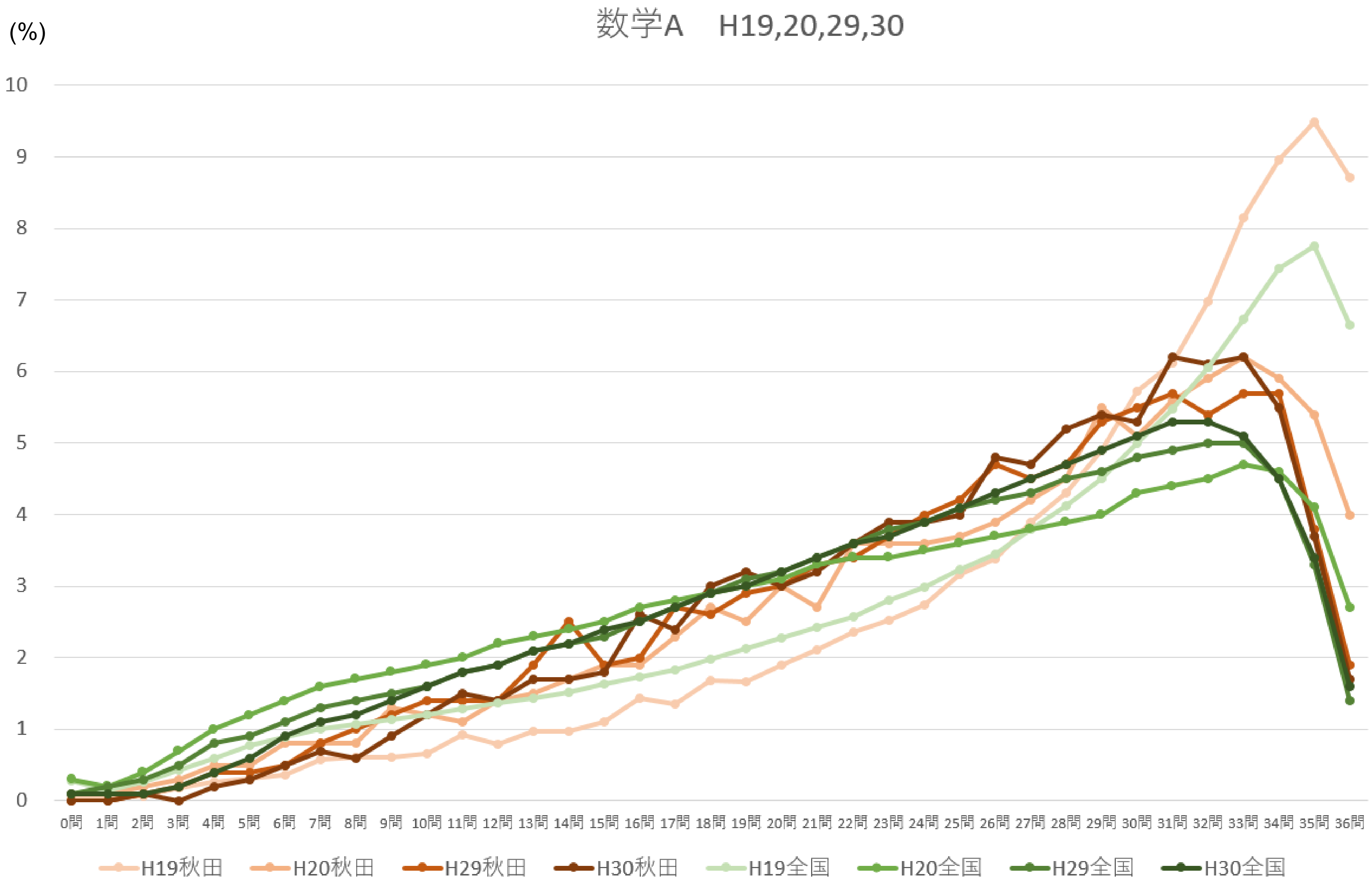
Deci, E.L., Schwartz, A.J., Sheinman, L., & Ryan, R.M. (1981). An instrument to assess adult's orientations toward control versus autonomy with children: Reflections on intrinsic motivation and perceived competence. Journal of Educational Psychology, 73, 642-650.
https://doi.org/10.1037/0022-0663.73.5.642

國本景亀（2009）．生命論に立つ数学教育学の方法論—自由で個性豊かな算数・数学授業を目指して—．全国数学教育学会誌，15(2)，1-15.
https://doi.org/10.24529/jasme.15.2_1

佐藤学（2021）．算数・数学における「自律的発展型授業」に関する質問紙調査の実施とその分析：秋田県小中高教員データから校種間の相違の分析．全国数学教育学会第55回研究発表会当日発表資料．http://www.gipc.akita-u.ac.jp/~mathedu/img/file169.pdf（2022.2.1参照）

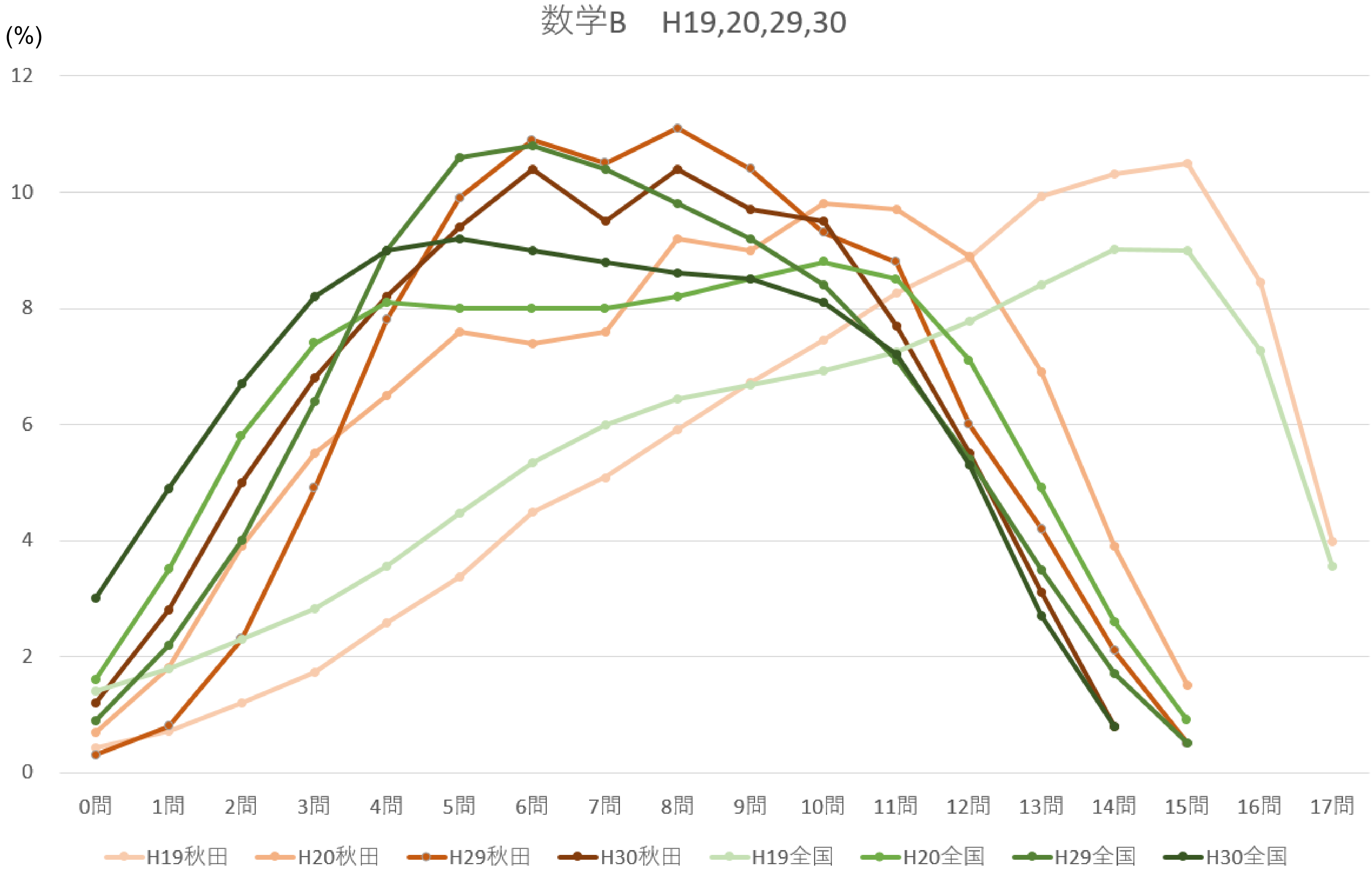
【参考資料】

参考 全国学力・学習状況調査の得点推移【中数A】



上位層が減り，下位層が増えている．

参考 全国学力・学習状況調査の得点推移【中数B】



上位層が減り，中位層と下位層が増えている.

参考 小4「イカ数問題」の問題例と一般的な展開

[原題]1から9までの数が書かれたカードが1枚ずつあります.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

この中から2枚のカードを選んで，次のような2けたのひき算の答えについて考えます.

ア カードの差が1の場合

21−12=9	54−45=9	87−78=9
32−23=9	65−56=9	98−89=9
43−34=9	76−67=9	

カードの差が1の場合に，2けたのひき算の答えが9になるわけを考えましょう.

条件変更

イ	ウ	エ
31−13=18 41−14=27 42−24=18 52−25=27 53−35=18 63−36=27 : :	212−121=91 323−232=91 434−343=91 :	12+21=33 23+32=55 34+43=77 :
カードの差が他の場合	3けたのひき算の場合	2けたのたし算の場合

条件変更 条件変更

このように順次指導しても，学習者が発展的に考えることにならない場合もある.

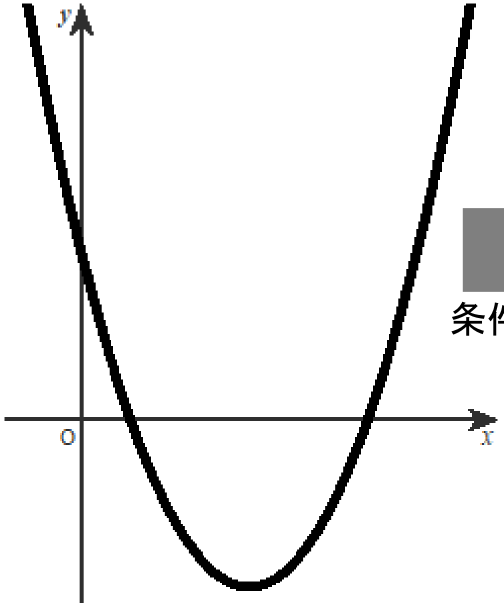
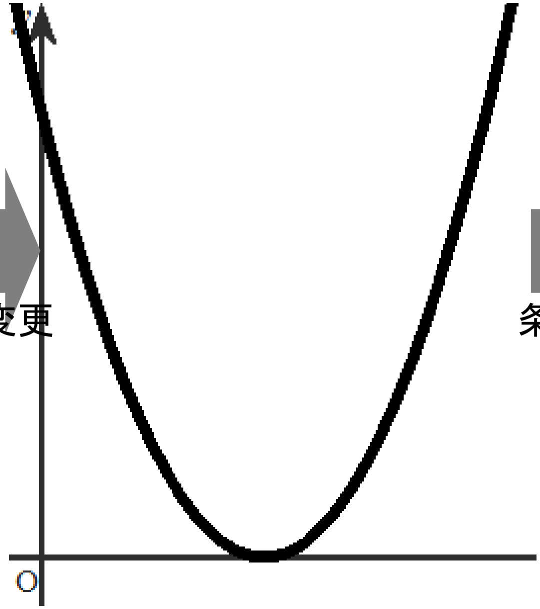
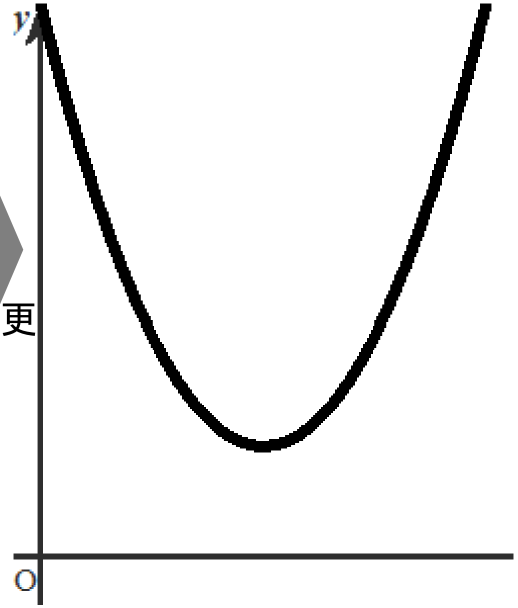
参考 小4「イカ数問題」における発展型授業の違い

		発展3状況教師の指導・支援		
		発見的発展	構造的発展	新たな発展
内容的発展習得型授業	既知を発展した内容の習得は見られるが，**新たな発展のない授業.**	21-12=9，32-23=9，… のようにカードの差が1の場合を調べ，差が同じになることに問題意識を持たせる.	位取り表を使って，カードの差が同じになる理由を明らかにし，「カードの差×9」とまとめる.	別問題として，2桁を3桁にする問題等に取り組ませる.
指導的発展型授業	**教師主導で**新たな発展が展開する授業.	21-12=9，32-23=9，… のようにカードの差が1の場合を調べ，差が同じになることに問題意識を持たせる.	位取り表を使って，カードの差が同じになる理由を明らかにし，「カードの差×9」とまとめる.	カードの差が異なる場合や，2桁を3桁にする問題等を提示し，取り組ませる. どのようなことがいえるか，考えさせる.
自律的発展型授業	**学習者の意思が働いて**発展3状況が展開している授業.	上記以外のカードの差にも問いをもつ学習者の反応を取り上げる.	位取り表を使って，カードの差が同じになる理由を明らかにし，「カードの差×9」とまとめる.	新たに取り組みたいことを尋ねたり，これまでに喚起された問いを取り上げ，どのようなことがいえるか，考えさせる.

教師の想定外受容による差違

[原題]2次関数のグラフとx軸の共有点を求めよ.

条件変更

ア 2次関数$y=x^2-4x+2$のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ.	イ 2次関数$y=x^2-4x+4$のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ.	ウ 2次関数$y=x^2-4x+5$のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ.
		
2次関数のグラフx軸と異なる2点で交わる場合	2次関数のグラフx軸と異なる2点で交わる場合	2次関数のグラフx軸と異なる2点で交わる場合

条件変更 条件変更

このように順次指導しても，学習者が発展的に考えることにならない場合もある.

参考 数Ⅰ「2次関数のグラフとx軸の位置関係」における発展型授業の違い

		発展3状況教師の指導・支援		
		発見的発展	構造的発展	新たな発展
内容的発展習得型授業	既知を発展した内容の習得は見られるが，**新たな発展のない授業.**	2次方程式を解くことで，共有点の座標が求められることを指導する.	2次関数$y = ax^2 + bx + c$のグラフとx軸との共有点の個数は，2次方程式$ax^2 + bx + c = 0$の実数解の個数と一致するとまとめる.	別問題として，放物線と直線の共有点の座標を求めさせる.
指導的発展型授業	**教師主導で**新たな発展が展開する授業.	2次関数のグラフをかかせ，共有点が2個の場合，1個の場合，0個の場合があることに気付かせる.	1次関数のグラフの交点が，連立方程式を解くことで求められたことに気付かせ，2次関数$y = ax^2 + bx + c$のグラフとx軸との共有点は，2次方程式$ax^2 + bx + c = 0$の実数解の個数と一致することに気付かせる.	放物線と直線の共有点の座標は，どのように求められるかを考えさせる.
自律的発展型授業	**学習者の意思が働いて**発展3状況が展開している授業.	2次関数のグラフをかかせ，共有点が2個の場合，1個の場合，0個の場合があることに気付かせる.	1次関数のグラフの交点が，連立方程式を解くことで求められたことに気付かせ，2次関数$y = ax^2 + bx + c$のグラフとx軸との共有点は，2次方程式$ax^2 + bx + c = 0$の実数解の個数と一致することに気付かせる.	どんなことが分かったかを尋ねたり，新たに取り組みたい課題を考えさせたりし，学習者が既習の事柄を振り返ったり，新たな問いを生み出したりすることを促す.

教師の想定外受容による差違

参考 小1「8+6」の計算における回答の想定

教師の見方・考え方 ／ 見方・考え方の現れ		絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
		教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方.	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方.
構想時	指導対象の問題や内容を解決者として捉える授業構想時の意識（a～f）	[b. 解法の説明]8+6も，加数の6を2と4に分解して10をつくる加数分解で計算する.	[b. 解法の説明]8+6は，加数分解の他にも，被加数の8を4と4に分解して10をつくる被加数分解でも計算できる.
実践時	学習者の数学的活動を教育者として捉える授業実践時の意識（G～M）	[G. 問題の数値，条件，内容，配列]8+6は，被加数分解も可能だが，加数分解だけを取り上げ，その習熟を図る.	[G. 問題の数値，条件，内容，配列]学習者の状況から見て，加数分解，被加数分解も可能と見られた場合は，問題は8+7に変更する.

参考 全国学力・学習状況調査における秋田県の成績

年度	算数A		算数B		数学A		数学B	
	秋田	全国	秋田	全国	秋田	全国	秋田	全国
R3+	72.0	70.2	ー	ー	60.0	57.2	ー	ー
H31+	70.0	66.6	ー	ー	65.0	59.8	ー	ー
H30	67.0	63.5	57.0	51.5	70.0	66.1	51.0	46.9
H29	84.0	78.6	50.0	45.9	68.0	64.6	26.0	25.0
H28	82.0	77.6	51.8	47.2	66.6	62.2	48.4	44.1
H27	81.2	75.2	51.5	45.0	68.4	64.4	46.9	41.6
H26	85.1	78.1	66.2	58.2	73.0	67.4	65.5	59.8
H25	82.8	77.2	67.1	58.4	68.9	63.7	47.5	41,5
H24	79.5	73.3	64.0	58.9	67.4	62.1	56.7	49.3
H22	83.2	74.2	59.0	49.3	70.8	64.6	50.0	43.3
H21	86.2	78.7	63.7	54.8	68.8	62.7	63.4	56.9
H20	80.7	72.2	58.9	51.6	70.2	63.1	54.7	49.2
H19	88.4	82.1	68.6	63.6	77.5	71.9	65.3	60.6

*値はすべて平均点.

秋田県は，第1回以来，13年連続して良好な成績であり，注目に値する．

参考

モデルシート（佐藤他，2017）

3状況	数学的活動の局面	心理	モデルシート
発見的発展	a.数量や図形及びそれらの関係に着目する.	気付き	a1.何に目をつける？
	b.着目した数量や図形及びそれらの関係について分析する.	気付き	b1.何か気付いた？
	h.数量や図形及びそれらの関係について無意図的に着目・分析する.	気付き	h1.面白い考えだね.
構造的発展	c.発見的発展の過程を振り返って数学的構造を明らかにする.	気付き	c3.前の学習と似ているところはある？
	d.既知を振り返って統合する.		d1.同じところはある？
	e.簡潔・明瞭・的確に表す.		e2.算数（または数学）らしく表すと？
	f.一般化する.		f1.いつでもいえる？
新たな発展	g.明らかにした数学的構造と既知や身の回りの問題を振り返って，さらに発展的に考える.	気付き	g1.この後どんなことができるのか.
			g2.数量を変えてみると？

参考 指導観(Deci他, 1981)からの検討

	絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
従来の呼称とその定義	教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方．	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方．
指導観（Deci他）	学習者の思考・態度を制御することが，確実な理解につながると考える．正当な問題解決，解答を求めるため，学習者の意欲減退，教師依存につながる．「4+9」計算の指導であれば，「どちらを10にするとよいですか」「4(9)はあといくつで10になりますか」の発問に現れる．	学習者の取り組みをまず認める．学習者は自己肯定感をもって取り組むだけでなく，誤りがあっても問題意識をもって取り組むことにつながる．「4+9」計算の指導では，「何に困っているのですか」「どのように計算したいのですか」というメタ認知的支援の発問として現れる．
	行動制御	自律性支援

秋田データでは「想定と異なる学習者の解決」「価値づけ」「支援の見通し」は可謬的可変的な見方・考え方の傾向であり，指導観だけでは説明し難い．

参考 数学観（アーネスト, 2015）からの検討

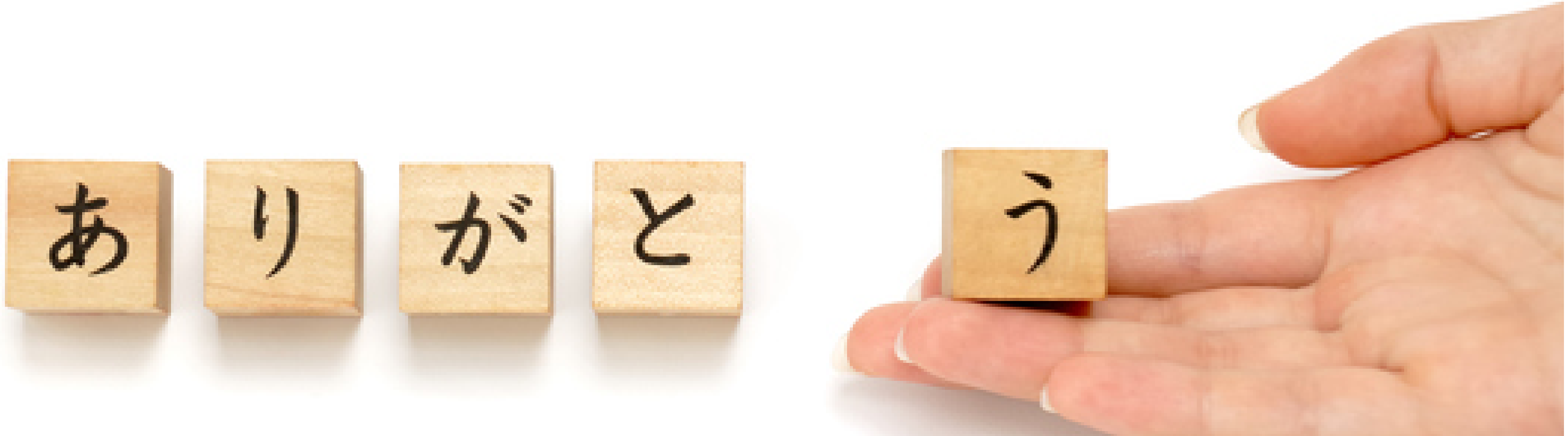
	絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
従来の呼称とその定義	教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方．	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方．
数学観（アーネスト）	教科書に示された加法式は，数学的に，教育的に検討がなされたものであり，教師は教科書どおり指導するものと考える．例えば，「4+9」計算の指導は，教科書どおり指導されるだけであり，他の方法は認められない．教える数学は，学習者や教師の外にある．	学習者の意識にある数学に目を向けており，教える数学は，学習者の内にある．例えば，「4+9」計算の指導では，被加数分解を指導することが意図されていても，加数分解や交換法則も認められる．
	絶対主義	可謬主義

学習者の意識にある数学に目を向けた数学が，数学教育を発展させる．

参考 学習観(國本, 2009)からの検討

	絶対的固定的な見方・考え方	可謬的可変的な見方・考え方
従来の呼称とその定義	教師の計画した発展の指導，短期的な学力成果を重視するため，学習者の思考・態度を制御できるよう，指導・支援を固定する見方・考え方．	学習者の問題解決の自由性，発展性，個人的な探究促進，自己実現を重視するため，指導・支援の可変を重視する見方・考え方．
学習観（國本）	教師の計画した展開を重視するため，学習者の反応も典型的なものに注目が集まり，想定外の反応が生じることのないよう，教師は対応する．「4+9」計算の指導であれば，9を分解しないよう，「4と9では，どちらが10にするのが，簡単ですか」の発問に現れる．	学習者が自由に取り組みことを重視する．教師は，想定外の反応からでも解決，発展することができないか，思案する．「4+9」計算の指導であれば，「何に困っているのですか」「どのように計算したいのですか」というメタ認知的支援の発問として現れる．
	機械論	生命論

教師が，主体である学習者の意思が働いて展開する数学に立つ『学習観』へと移行することが，特に重要である．



研究成果は下記URLにて公開しています

http://bit.do/fK2Ah