

発展型授業分析における 「数学することを知る」の枠組みの開発と その試行

佐藤 学

秋田大学

310417@math.akita-u.ac.jp

重松敬一

奈良教育大学名誉教授

shigekhome@gaia.eonet.ne.jp

加藤久恵

兵庫教育大学

katohi@hyogo-u.ac.jp

新木伸次

国士舘大学

arakis@kokushikan.ac.jp

黒田大樹

皇學館中学・高等学校

dkuroda@kogakkan-u.ac.jp

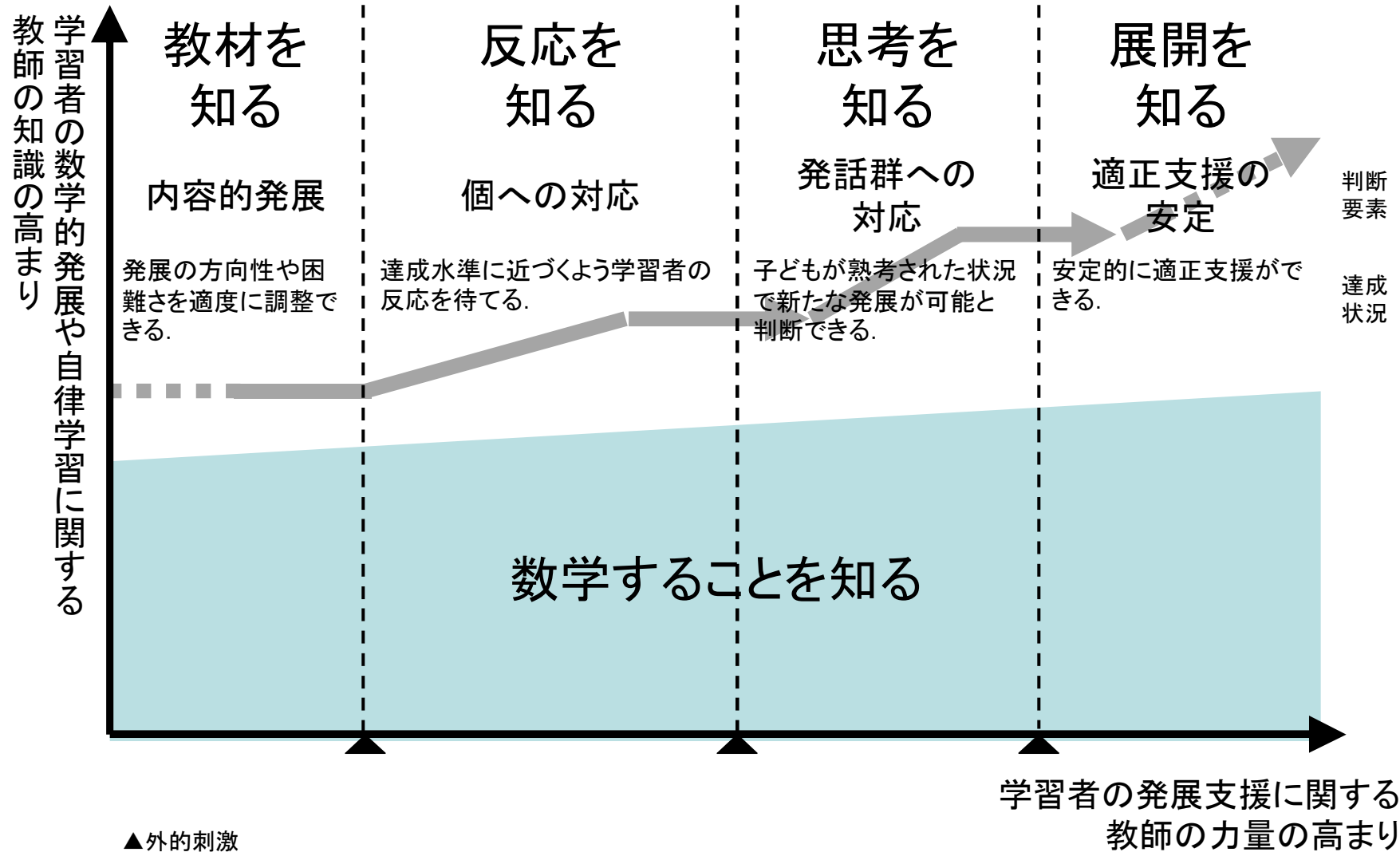
東北数学教育学会 第26回初夏研究会

2021年5月29日(土) 13:20~14:00 福島大学Zoomミーティング



CONTENTS

- **問題意識と研究の目的, 方法, 成果**
- 「数学することを知る」の捉え方
- 開発した質問紙調査とその試行
- 本発表のまとめ



教師は、外的刺激を契機にして、「学習者の数学的发展や自律学習に関する教師の知識の高まり」と「学習者の発展支援に関する教師の力量の高まり」の2軸により順次移行していく。また、4つの知るを経ること、4つの知るは「数学することを
知る」に支えられていると考えられる。

発展的思考・態度を視点とする授業評価ルーブリック 4/47

		規準 criteria				
		教材を知る Knowing Material	反応を知る Knowing Students' Responses	思考を知る Knowing Thinking	展開を知る Knowing Lesson Developing Way	数学することを知る Knowing Do Math
		内容的発展	個への対応	発話群への対応	適正支援の安定度	数学の面白さ、よさ、 数学的活動
基準 Levels : 3 points rating scale for performance levels	十分知っている (下段は下線の解釈)	系統性と関連性を知り、その意味を理解している。	学習者が達成反応、不達成となる反応を多様に知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈し次の反応を予想することができる。	発展3状況を踏まえた授業展開ができ、学習者の状況に合った認知的支援とメタ認知的支援ができてい	数学の面白さ、よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っており、学習者と楽しめている。
		→発展の方向性や困難さを適度に調整すること。《授業時における問題の調整》	→学習者の多様な反応を解釈することができること。教師は、水準に近づくよう学習者の反応を待つ。《教師の待ち》	→発話群について、認知的状況、情意的状況において熟考された状況になると、新たな発展が可能と判断すること。《発話群の状況判断》	→学習者の問題解決の状況を捉え、安定的に適正支援ができること。《安定的な適正支援》	→「枠組み(1)(2)」(後記)
	知っている (下段は下線の解釈)	系統性と関連性を知っている。	学習者の達成状況または不達成な反応を知っている。	学習者の反応から思考過程を解釈することができる。	発展3状況による授業展開ができ、学習者の状況に合った認知的支援ができてい	数学の面白さ、よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っているが、学習者の視点に及んでいない。
		→系統性や関連性を考慮し問題や内容を発展できること。《指導案の記述内容》	→授業構想や授業展開から発展的思考・態度として対応可能な反応を捉えていること。《反応予想》	→発話群を認知的状況、情意的状況から段階的に把握すること。《発話群の状況判断》	→学習者の問題解決の状況に対して、部分的に適正支援ができること。《部分的な適正支援》	→「枠組み(1)(2)」(後記)
	知らない	系統性や関連性が分からない。	学習者の反応を想定していない。	学習者の反応から思考過程を解釈することができない。	知識・技能の伝達・習得に重きをおいた授業展開であり認知的支援も不十分である。	数学の面白さ、よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っていない。

*《 》は判断材料。

発展的思考・態度の育成にあたる教師は、「**数学することを知る**」が重要となる(佐藤他, 2021)。そこで、本研究は、教師の「**数学することを知る**」を捉える枠組みを開発することを目的とする。

研究の方法としては、先行研究を参考に「**数学することを知る**」を捉える枠組みと質問紙調査を開発し、その妥当性と「**数学することを知る**」の基準解釈を検討する。

- 教師の「数学することを知る」について、
- 現代的と伝統的といえる教師の見方・考え方があること
 - 教師の意識は、授業の「構想時」「実践時」において特徴的な表出がなされる
 - 教師の意識は、「構想時」においては、数学の解決者であり、「数学への自信」を前提にして、「数学のよさ・面白さ」に意識が及ぶ
 - また、「実践時」においては、「数学への自信」「数学のよさ・面白さ」を前提に、数学の教育者として「学習者(児童生徒)の「数学的活動への関心」に意識が及ぶ
- に整理し、相対比較尺度法で回答する質問紙調査を開発した。

- 小学校教諭1名，中学校教諭1名に試行したところ，
 - 構想時，実践時の意識を「現代的な見方・考え方」「伝統的な見方・考え方」によって傾向を捉えられること
 - 実践時は「伝統的な見方・考え方」が現れること
 - 数学のよさ・面白さを捉えたり，数学的活動を考えたりするにあたっては，解決者として数学に対する自信を有していることが重要であること
 - 「伝統的な見方・考え方」を保持する傾向があっても，実践とその省察によって，「現代的な見方・考え方」へと変容していく可能性があること
- がみえた。

CONTENTS

- 問題意識と研究の目的, 方法, 成果
- 「数学することを知る」の捉え方
- 開発した質問紙調査とその試行
- 本発表のまとめ

「算数・数学のよさを感得させる指導」において、算数・数学のよさを、表1のように整理している。(平岡, 1989)

表1

- 簡潔さ(簡潔性), 明瞭さ(明瞭性), 的確さ(的確性), 正確さ(正確性), 精密さ(精密性)
- 合理性, 合目的性
- 能率さ(能率性), 効率性, 経済性
- 手際よさ, 巧緻性
- 美しさ(審美性)
- 実用性, 有用さ(有用性), 応用性
- 整合性, 一貫性
- 一般性, 総合性, 発展性
- 柔軟さ(柔軟性), 自由性

算数指導に関する意識と行動の関連について、「本質的な捉え方」「形式的な捉え方」の意識は、それぞれ表2の行動と関連付けられる。

表2(水本他, 2000をもとに作成)

	本質的な捉え方	形式的な捉え方
意識	練り上げの場面で感じる傾向。学力差は解消できるといふ捉え。	学力差を計算練習, 評価問題の結果を見る場面で感じる傾向。
行動	教科書以外の問題を選ぶ。 似た場面を尋ねる。感想を書かせる。	教科書の問題をやらせ, 正しい答えを教師が言う。 低位の子供に注目する。評価テストを利用する。

「本質的な捉え方」の教師は、個性を重視する傾向にある。

教師が保持する科学観と理科授業の実態について調査し、両者の関係を明らかにすることを試みている。

小・中学校の教師は、伝統的科学観を保持する割合が高い。理論の規準で伝統的科学観を保持する教師は、一貫して伝統的科学観に基づく科学の方法を保持する。また、理論の規準で現代的科学観を保持する教師であっても、その半数以上が科学の方法では伝統的科学観を保持する。（清水，2002）

基準	教師の見方・考え方	
	授業構想時	授業実践時
Ⅲ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っており, 学習者と楽しめている.	《現代的な見方・考え方》 [・学習者の問題解決の自由性, 発展性の重視. ・学習者の個人的な探究促進の重視. ・学習者の自己実現を重視.]	《現代的な見方・考え方》と同じ.
Ⅱ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っているが, <u>学習者の視点に及んでいない.</u>	《現代的な見方・考え方》と同じ.	〈伝統的な見方・考え方〉と同じ.
Ⅰ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動をよく知らない.	〈伝統的な見方・考え方〉 [・教師の計画した発展の指導を重視. ・短期的な学力成果を重視.]	〈伝統的な見方・考え方〉と同じ.

Ⅲ: 十分知っている, Ⅱ: 知っている, Ⅰ: 知らない, の様相

観察や直接感覚経験に基づく知識



他の用語や概念によって言語的に定義されたり他の用語や概念から抽象化されたりした知識

- ・一般化, 抽象化, 具象化といった垂直的な過程
 - ・精緻化や明確化といった水平的な過程
- を利用して, 主観的知識は形成されていく.

しかし, 両者の過程が働かないと, 観察や直接感覚経験的に理解することに偏ったり, 抽象化された知識を道具的に理解することに偏ったりすると考えられる.

数学を解決できるという自信があって, 数学のよさ・面白さ, 学習者の数学的活動に関心をもつことができるのではないか.

意識	解決者		教育者		
	数学への自信	よさ・面白さ	数学的活動への関心		
質問	<ul style="list-style-type: none"> ・問題が解ける(解けない, 解けても不安が残る). 教えることが分かる(教えることが不明である). ・問題の解法を具体的に, または論理的に説明できる(できない, 説明できるが, 簡潔さ, 明瞭さ, 的確さに欠ける). <p>※問題: 指導の対象とする教科書の問題や内容</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 数学への自信(指導の対象とする教科書の問題が解決できる, 理解できる. またその程度に起因する)が源になって, 教師は, 扱う問題や指導法を絶対的, 追従的になったり, 可謬的, 批判的になったりすると仮定した. </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・問題を解決してももっとよい方法はないかと考えられる(考えられない, 考えたいと思わない). ・問題を解決した結果に法則性を見つめることが楽しい(楽しめない). ・より簡潔にできないか, より一般的にできないか, より分かりやすくできないか, 考える(考えない, 解決できたらよい). ・新たに得た知識や解決方法に含まれたアイデアのよさが分かる(分からない, 気づかない). ・新たに得た知識や解決方法を, 数量や条件, 場面を変えて適用, 実用できないか, 発展的に考える(考えない, これ以上考えたくない). 	<ul style="list-style-type: none"> ・指導にあたって, 問題の数値, 条件, 内容, 配列について可謬的, 批判的にみる(絶対的, 追従的である). [教材] ・学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ, 難易), 新たな発見として楽しめる(対処に困惑する). [教材][反応] ・学習者の思考が進んでない場合は, 学習者の気づきを待つ(学習者の思考を促す手立てを打つ). [教材][反応] ・学習者の解決に起因するよさ, 面白さを価値付けられる(見過ごす). ・解決が困難な問題でも, 多様に考えること, 発展的に考えることを促す(学習者の理解を考慮して, 解決方法を限定したり, 発展的に取り組むよりも習熟を図ったりする). [教材][反応] ・学習者への支援が適切である(的を射ないときがある). [教材][展開] 		
確認方法	アンケート, インタビュー		授業実践, インタビュー		
4つの知る	教材		反応	思考	展開

CONTENTS

- 問題意識と研究の目的, 方法, 成果
- 「数学することを知る」の捉え方
- 開発した質問紙調査とその試行
- 本発表のまとめ

- ・平岡(1989), 重松・山中(1997), 水本他(2000), 秋田・齋藤(2001), を参考にし, 解決者に関する因子(6因子), 教育者に関する因子(7因子)の各内容を検討した.
- ・「現代的な見方・考え方」「伝統的な見方・考え方」に相当する因子を設定し, 相対比較尺度法(「非常に」「やや」「どちらでもない」「やや」「非常に」)による回答.

- 回答者は、例題を踏まえ、各因子に回答する。例題は、回答者が実践予定の内容とする。

小学校例	$8 \div 2$ の式になる問題をつかって、答えを求めましょう。 (小3「わり算」, 第5~6時あたり)
中学校例	アとイの式を計算して、その結果を比べてみましょう。 ア $3 \times (-5 + 2)$ イ $3 \times (-5) + 3 \times 2$ (中1「正負の数」, 第19~20時あたり)

- ケーススタディーとして検討することから、各因子の判断について、理由や根拠を付記してもらおう。回答者の判断や理由、根拠の内容から、さらに質問を加え、教師の見方・考え方を明らかにする。

問	現代的な見方・考え方	伝統的な見方・考え方
1	本問題が 解ける 。教えることが分かる。	本問題が 解けない ，解けても不安が残る。教えることがよく分からない。
2	本問題の解法を具体的に，または論理的に 説明できる 。	本問題の解法を具体的に，または論理的に 説明できない 。または，説明できるが，簡潔さ，明瞭さ，的確さに欠ける。
3	本問題を解決した結果から法則性を見つけることが 楽しめる 。	本問題を解決した結果から法則性を見つけることが 楽しめない 。
4	本問題の解決について，より簡潔にできないか，より一般的にできないか，より分かりやすくできないか，と 考える 。	本問題の解決について，より簡潔にできないか，より一般的にできないか，より分かりやすくできないか，と 考えない ，解決できたらよい。
5	本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法に含まれた見方・考え方のよさが 分かる 。	本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法に含まれた見方・考え方のよさがよく 分からない ，気づかない。
6	本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法を，数量や条件，場面を変えて適用，実用できないか，発展的に 考える 。	本問題の解決から，新たに得た知識や解決方法を，数量や条件，場面を変えて適用，実用できないか，発展的に 考えない ，これ以上考えたくない。

問	現代的な見方・考え方	伝統的な見方・考え方
7	本問題の指導にあたって、問題の数値、条件、内容、配列について そのまま使わない 。	本問題の指導にあたって、問題の数値、条件、内容、配列について そのまま使う 。
8	本問題における学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ、難易)、 新たな発見として一緒に楽しむ 。	本問題における学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ、難易)、 対処に困惑する、楽しめない 。
9	本問題の解決において、学習者の思考が進んでない場合は、 学習者の気づきを待つ 。	本問題の解決において、学習者の思考が進んでない場合は、 学習者の思考を促す支援をすぐ行う 。
10	本問題における学習者の解決に起因するよさ、面白さを 価値付けられる 。	本問題における学習者の解決に起因するよさ、面白さを 見過ごす、価値付けられない 。
11	本問題の解決が困難な問題 でも、多様に考えることを促す 。	本問題の解決が困難な問題は、 学習者の理解を考慮して、解決方法を限定したり、提示したりする 。
12	本問題を解決した後は、学習内容が 適用できる範囲を明らかにするため、発展的に考えることを求める 。	本問題を解決した後は、学習内容が 定着するよう習熟を図る 。
13	本問題の解決における学習者が求める支援が 分かる 。	本問題の解決における学習者への支援が よく分からない 。

校種	小学校
教職経験	19年
指導経験	小学校19年
回答日	2021年5月7日
追加質問回答日	2021年5月10日
	2021年5月25日
実践予定内容	小3「わり算」

因子	現代的	どちらでもない	伝統的
解決者に関する因子	3	1	2
教育者に関する因子	2	3	2
計	5	4	4

* 現代的:現代的な見方・考え方, 伝統的:伝統的な見方・考え方(以下, 同じ.)

- 「現代的な見方・考え方」と「伝統的な見方・考え方」が均衡している.
- 解決者に関する因子と教育者に関する因子を比較すると,「伝統的な見方・考え方」の因子数は変わらないが,「現代的な見方・考え方」は1減し,「どちらでもない」が増えている.

回答者Aの「現代的な見方・考え方」が見られた因子 22/47

	因子	記述欄
解決者に関する因子 (構想時)	1. 本問題が解ける. 教えることが分かる.	3年生を担当し, 教えたことがある.
	4. 本問題の解決について, より簡潔にできないか, より一般的にできないか, より分かりやすくできないか, と考える.	今年度もまた取り組めるので, チャレンジしたい.
	5. 本問題の解決から, 新たに得た知識や解決方法に含まれた見方・考え方のよさが分かる.	教材研究を進めているため.
教育者に関する因子 (構想時・実践時)	8. 本問題における学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ, 難易), 新たな発見として一緒に楽しめる.	<u>基本的に想定外になることを楽しめるから.</u>
	13. 本問題の解決における学習者が求める支援が分かる.	学習者の実態を把握できていれば分かると思うから.

(下線は発表者による.)

	因子	記述欄
解決者に関する因子(構想時)	2. 本問題の解法を具体的に, または論理的に説明できない. または, 説明できるが, 簡潔さ, 明瞭さ, 的確さに欠ける.	実際に授業をしたときに, 子どもたちがしっかり理解できなかったと感じたから.
	6. 本問題の解決から, 新たに得た知識や解決方法を, 数量や条件, 場面を変えて適用, 実用できないか, 発展的に考えない, これ以上考えたくない.	教材研究を進めているため.
教育者に関する因子(構想時・実践時)	7. 本問題の指導にあたって, 問題の数値, 条件, 内容, 配列についてそのまま使う.	事前の学習の流れによって変わってくるがそのまま使う予定である.
	11. 本問題の解決が困難な問題は, <u>学習者の理解を考慮して, 解決方法を限定したり, 提示したりする.</u>	<u>学習者が分かった, 楽しいと思えるような解決場面にしたいため.</u>

(下線は発表者による.)

現代的	伝統的
<p>8. 本問題における学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ, 難易), 新たな発見として一緒に楽しめる.</p> <p>(理由) <u>基本的に想定外になることを楽しめるから.</u></p>	<p>11. 本問題の解決が困難な問題は, <u>学習者の理解を考慮して, 解決方法を限定したり, 提示したりする.</u></p> <p>(理由) <u>学習者が分かった, 楽しいと思えるような解決場面にしたいため.</u></p>

- 「想定外になることを楽しめるから」と「学習者の理解を考慮して, 解決方法を限定したり, 提示したりする」は背反している. 「学習者が分かった, 楽しいと思えるような解決場面にしたいため」は, 多様に考えることが必ずしも理解につながるとは限らないという見方・考え方であり, 実際の学習者が困難を示した場面では「想定外になることを楽しめるから」とは異なる対応が見られる可能性がある.

現代的		どちらでもない	伝統的	
13. 本問題の解決における学習者が求める支援が分かる.	○	→	○	13. 本問題の解決における学習者への支援がよく分からない.
<p>(理由) 学習者の実態を把握できていれば分かると思うから.</p> <p>(追加質問) 想定している支援を教えてください.</p> <p>(追加質問への回答) 穴埋めのヒントシートを作る, 友達と一緒に考える, 具体物を操作しながら考える など.</p>				

- 追加質問への回答「穴埋めのヒントシートを作る, 友達と一緒に考える, 具体物を操作しながら考える」は, 認知的支援である. メタ認知的支援がみられないことから, 本因子は「伝統的な見方・考え方」と解釈できる.

第1分析	因子	現代的	どちらでもない	伝統的
	解決者に関する因子	3	1	2
	教育者に関する因子	2	3	2
	計	5	4	4



第2分析	因子	現代的	どちらでもない	伝統的
	解決者に関する因子	3	0	3
	教育者に関する因子	1	3	3
	計	4	3	6

1. 包含除計算	2. 等分除計算
[問題]クッキーが12こあります. 1袋に4こずつ入れると, 何袋に分けられるでしょうか.	[問題]クッキーが12こあります. 4人で同じ数ずつ分けると, 1人分は何こになるでしょうか.
<解決> $12-4-4-4=0$ (累減)	<解決> $12-4-4-4=0$ (累減) * 等分除計算の「-4」は, 4人に1枚ずつ分けたときの合計である.

- 等分除も包含除と同じ累減であるとして統合的にみることができる.
- 包含除の意味と等分除の意味が混同する可能性がある.
- 統合的にみるためには, 等分除操作は「1枚ずつ」しか認められない.
「同じ数ずつ分ける」の意味が狭義になる.

A	4/30<指導案記述>累減の反応を想定。「何個ずつ配ったの?」「4人に同じ数ずつ配るから1個ずつ配って見たら?」「この数は何を表している?」
Q	4/30<メール>計算するの「-4」を包含除と捉え違いする子供はいませんか。その場合、どのように展開されるのでしょうか。教えてください。
A	4/30<メール>-4を包含除と勘違いする子どもいると考えます。その場合、おはじきの図を操作することで「1回目に、1人に1個ずつ配って、4個とった」ことを理解できるようにしたいと考えています。
Q	4/30<メール>それは包含除に見えることも1つのアイデアではないでしょうか。等分除と包含除を統合できる視点だと思います。問題場面、操作は違うと理解できるとよいですね。-4の意味を2つの場合でそれぞれ意味が違つか、具体的に調べてみるとよいですね。いかがでしょうか。/<指導案コメント>等分除を包含除に統合する役割が計算するにはあると思いますが、混乱することも予想されます。しかし、見てみたいと思います。どのように子供は、この混乱を解決するのか、期待しています。教師の想定を示してください。(累減の計算式は)包含除でもやっていますか。

A	5/3<指導案コメント>(累減の計算式は包含除でもやっているかの質問に対して)はい。 <u>交かんのきまりを使うよ.</u>
Q	5/4<指導案コメント>まとめには, 何ができていたら入れますか. /<メール> <u>等分除と包含除の混乱を活かして, 等分除の理解を図るだけでなく, 包含除の理解を深める学習にしたいですね.</u>
A	5/4<メール> <u>12-4は, 包含除でも子どもから出てくると思いますし, 出るようにしかけます.</u>
A	5/13<指導案記述>(まとめ) <u>1人分をもとめるには, 「1つずつ配る」「配った数ずつ引いていく」「かけ算で考える.」, ポイント「1人分を求める式も, わり算になる.」</u>

- 包含除と等分除を学習者が混同する可能性を言及していた(4/30)が, 指導法は根源的に見直されることなく, 計画どおり進めていく方針となった(5/4).
- 教科書に代表される, 問題の数値, 条件, 内容, 配列, 指導法には, 過去の実践と議論に支えられて昇華しており, 一定の成果を見せている. しかし, 積み上げられてきた指導法を絶対化することは, 指導法の発展を阻害する可能性がある.

校種	中学校
教職経験	16年
指導経験	中学校16年
回答日	2021年5月11日
追加質問回答日	2021年5月19日
実践予定内容	中1「正負の数」

因子	現代的	どちらでもない	伝統的
解決者に関する因子	6	0	0
教育者に関する因子	2	2	3
計	8	2	3

- ・回答者Bの場合、解決者に関する因子は全て「現代的な見方・考え方」である.
- ・回答者Bの場合も、教育者に関する因子では、「伝統的な見方・考え方」がみられる.

回答者Bの「伝統的な見方・考え方」が見られた因子 32/47

	因子	記述欄
解決者に関する因子 (構想時)	・なし.	・なし.
教育者に関する因子 (構想時・実践時)	7. 本問題の指導にあたって, 問題の数値, 条件, 内容, 配列についてそのまま使う.	問題を解いてみて <u>違和感がなかった</u> ので数値については <u>変えずに使用しよう</u> と思っています. 提示の仕方は若干変更するかもしれません.
	9. 本問題の解決において, 学習者の思考が進んでない場合は, 学習者の思考を促す支援をすぐ行う.	こちらについても, 50分のデザインを考え, <u>すぐに支援を</u> します. そして, 本時で考えさせたい内容に時間をかけるようにします.
	12. 本問題を解決した後は, 学習内容が定着するよう習熟を図る.	<u>習熟を図りたい</u> と思いますが, その時間が確保できるかは難しいところです.

(下線は発表者による.)

	因子	記述欄
解決者に関する因子 (構想時)	・なし.	・なし.
教育者に関する因子 (構想時・実践時)	8. 本問題における学習者の解決が想定と異なる場合(解決の多様さ, 難易), 新たな発見として一緒に楽しめる.	多様な考え方を楽しむことが, 授業の楽しみだと思っています. <u>ただ, 多様な考えを取り上げたとしても, そのすべてについて深めるかどうかは別問題だと考えています. 50分の中で授業を完結させるためです.</u> →「現代的な見方・考え方」よりは「どちらでもない」
	13. 本問題の解決における学習者が求める支援が分かる.	<u>矢印を示すことが支援になる</u> と思っています. →「現代的な見方・考え方」よりは「どちらでもない」

(下線は発表者による.)

第1分析	因子	現代的	どちらでもない	伝統的
	解決者に関する因子	6	0	0
	教育者に関する因子	2	2	3
	計	8	2	3



第2分析	因子	現代的	どちらでもない	伝統的
	解決者に関する因子	6	0	0
	教育者に関する因子	0	4	3
	計	6	4	3

基準	教師の見方・考え方	
	授業構想時(解決者)	授業実践時(教育者)
Ⅲ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っており, <u>学習者と楽しめている.</u>	《現代的な見方・考え方》	《現代的な見方・考え方》 A(8)
Ⅱ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動を知っているが, <u>学習者の視点に及んでいない.</u>	《現代的な見方・考え方》 A(1), A(4), A(5) B(1), B(2), B(3), B(4), B(5), B(6)	〈伝統的な見方・考え方〉 B(9), B(12)
Ⅰ) 数学の面白さ, よさや新たな発展に向けた数学的活動をよく知らない.	〈伝統的な見方・考え方〉 A(2), A(3), A(6)	〈伝統的な見方・考え方〉 A(7), A(11), A(13)

- 「解決者に関する因子」に比べ, 「教育者に関する因子」において「伝統的な見方・考え方」が増える傾向にある.
- 質問紙調査では, 回答者AはⅠまたはⅡ, 回答者BはⅡに位置する.

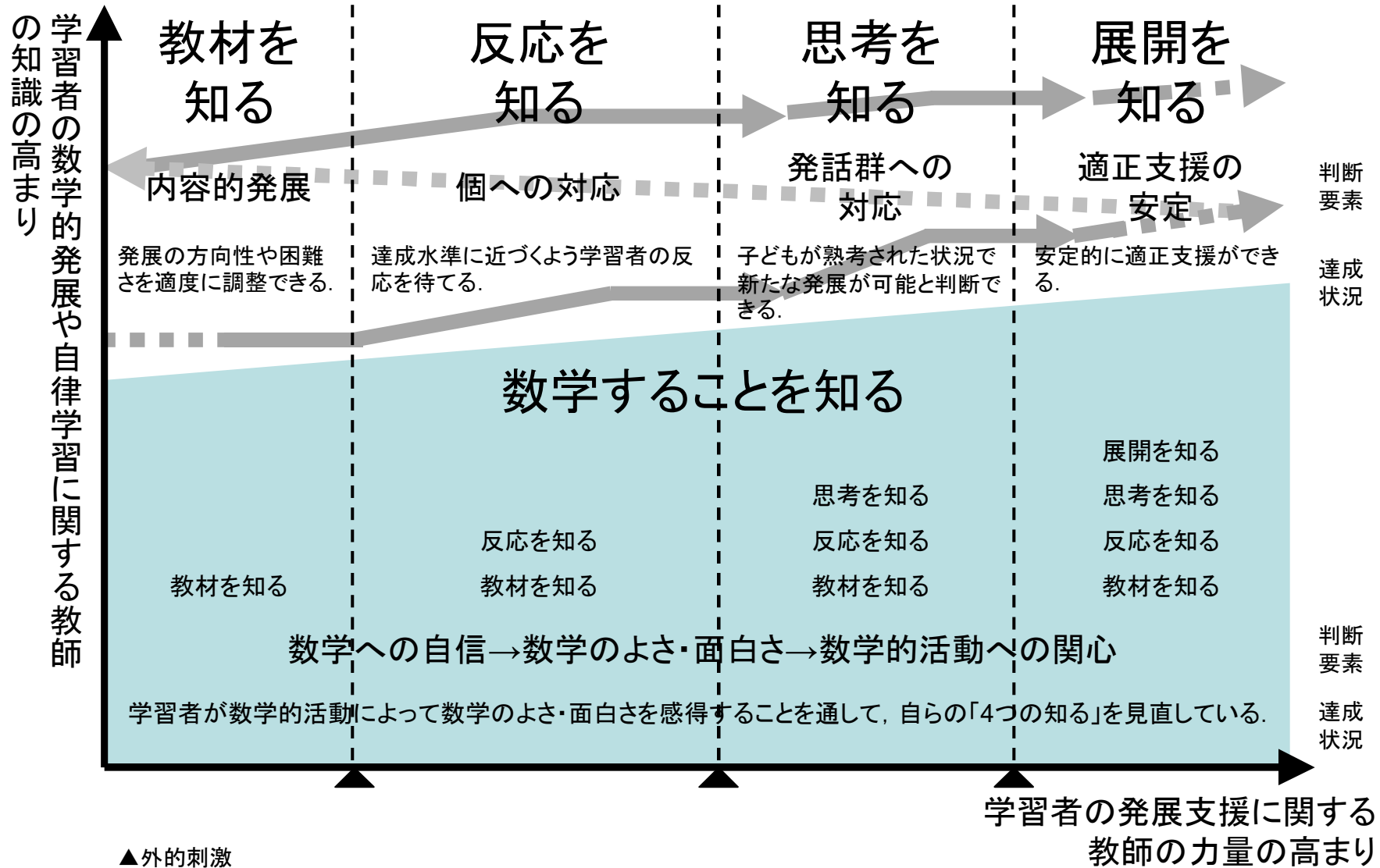
意識	解決者		教育者
	数学への自信	よさ・面白さ	数学的活動への関心
Ⅲ	○	○	△
Ⅱ	△	△	△
Ⅰ	×	×	×

○:十分 △:やや不十分 ×:不十分

- ・ 数学への自信が十分でないことが、数学のよさ・面白さを捉えたり、数学的活動を考えたりすることを困難にさせる。結果的に、「伝統的な見方・考え方」を保持することにつながる。
- ・ 数学への自信が十分であっても、数学的活動を考えることは容易でない。授業実践から、数学的活動を考え直そうとする様相が見られることから、「現代的な見方・考え方」へと変容する可能性がある。
- ・ Ⅲのやや不十分を、十分にしていけることの検討が必要である。→省察・反芻

A	B
3. 昨年度はあまりうまくできなかったと反省が残ったので、今年度は頑張りたい。	4. 上記でも触れましたが、どのような問題であれば分配法則のよさが発揮されるのかを考えさせることができればと思っています。 $99 \times 3 = (100-1) \times 3$, $23 \times 3 + 23 \times 7 = 23 \times (3+7)$, $12 \times (2/3 - 5/4)$ など。
4. 今年度もまた取り組めるので、チャレンジしたい。	6. かっこの中の項が3つであればどうなるだろうか？ $a(b+c+d)$ かっこの前の式が多項式になったら？ $(a+b)(c+d)$

- ・ 回答者Aの回答理由は、回答者Aの「説明できない」ことが、学習者の理解の不十分さにつながっているとする記述がみられ、解決者としての自信は十分でないと解釈できる。
- ・ 一方、回答者Bの回答理由は問題例が示されるなど明快であり、解決者としての自信は十分と解釈できる。
- ・ 回答者Aの「チャレンジしたい」は、現状からの改善に努めているものである。
 →省察により、連続的、反芻的に「数学することを知る」の改善を図っていくこと。



* 佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子・黒田大樹(2018). 学習者の発展的思考・態度を促す段階的授業モデルの開発: 教師の意識変容の長期的事例分析を通して, 「第52回秋期研究大会発表集録」, 602.

* ポール・アーネスト(2015). 長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳. 『数学教育の哲学』, 東洋館出版社.

【改善1】解決者に関する因子(1)～(6)は、解決者として回答されるよう、文頭に「あなたは」を付記する。

問	現代的な見方・考え方	伝統的な見方・考え方
1	あなたは、本問題が解ける。教えることが分かる。	あなたは、本問題が解けない、解けても不安が残る。教えることがよく分からない。
2	あなたは、本問題の解法を具体的に、または論理的に説明できる。	あなたは、本問題の解法を具体的に、または論理的に説明できない。または、説明できるが、簡潔さ、明瞭さ、的確さに欠ける。
3	あなたは、本問題を解決した結果から法則性を見つけることが楽しめる。	あなたは、本問題を解決した結果から法則性を見つけることが楽しめない。

【改善2】教育者に関する因子(7)は、指導法の解釈を踏まえた質問にする。

問	現代的な見方・考え方	伝統的な見方・考え方
7旧	本問題の指導にあたって、問題の数値、条件、内容、配列についてそのまま使わない。	本問題の指導にあたって、問題の数値、条件、内容、配列についてそのまま使う。
7新	問題の数値、条件、内容、配列には意味があるもののこの限りではないとして、本問題の指導ではそのまま使わない。	問題の数値、条件、内容、配列には意味があるので、本問題の指導にあたってはそのまま使う。

【改善3】大量調査に向けて，問題例を小1から数学 I までを検討する.

学年等	問題例	解法
小1	8+6の計算をしましょう.	加数分解, 被加分解
小2	8の段の九九をつくりましょう.	同数累加, 交換法則, 分配法則
小3	1組と2組の好きな遊び調べの人数をグラフに表しましょう.	棒グラフの比較表現, 合算表現
小4	L字型の図形の面積を, 辺の長さを測って求めましょう.	分割求積, 補完求積
小5	ひし形の面積を求めましょう.	倍積変形, 等積変形
小6	$3/5 \div 1/3$ の計算をしましょう.	分数 \div 整数に変形, 整数 \div 整数に変形, 同分母分数に変形
中1	マッチ棒を並べて横1列に正方形を5個つくる時, マッチ棒は少なくとも何本必要ですか.	$1+3 \times 5$, $4+3 \times 4$
中2	$x+y=7$, $2x+7y=10$ の2直線の交点の座標を求めなさい.	グラフ, 連立方程式
中3	道幅 a , 長方形の花壇の縦を p , 横を q とするとき, 道の面積を求めなさい.	図形の分割方法による多様な解決
数学 I	3点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(5, 6)$ を通る2次関数を求めよ.	$y = ax^2 + bx + c$ とおく, $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ とおく

CONTENTS

- 問題意識と研究の目的, 方法, 成果
- 「数学することを知る」の捉え方
- 開発した質問紙調査とその試行
- 本発表のまとめ**

- 教師の「数学することを知る」について、先行研究を参考に、
- 現代的と伝統的といえる教師の見方・考え方があること
 - 教師の意識は、授業の「構想時」「実践時」において特徴的な表出がなされる
 - 教師の意識は、「構想時」においては、数学の解決者であり、「数学への自信」を前提にして、「数学のよさ・面白さ」に意識が及ぶ
 - また、「実践時」においては、「数学への自信」「数学のよさ・面白さ」を前提に、数学の教育者として「学習者(児童生徒)の「数学的活動への関心」に意識が及ぶ
- に整理し、解決者に関する因子(6)、教育者に関する因子(7)について相対比較尺度法で回答する質問紙調査を開発した。

- 小学校教諭1名，中学校教諭1名に試行したところ，
- 構想時，実践時の意識を「現代的な見方・考え方」「伝統的な見方・考え方」によって傾向を捉えられること
 - 実践時は「伝統的な見方・考え方」が現れること
 - 数学のよさ・面白さを捉えたり，数学的活動を考えたりするにあたっては，解決者として数学に対する自信を有していることが重要であること
 - 「伝統的な見方・考え方」を保持する傾向があっても，実践とその省察によって，「現代的な見方・考え方」へと変容していく可能性があること
- がみえた。

○授業観察を実施し、質問紙調査の結果とあわせて検証していくとともに、他教師の場合についても検証し、汎用性を高める。

○授業実践とその省察に関する記録をもとに、

- 「4つの知る」と「数学することを知る」の関係
 - 「発展的思考・態度の育成を視点とする授業評価ルーブリック」を用いた研修の方法
- について検討していく。

秋田美代・齋藤昇(2001). 数学における創造性態度と学業成績の関係—中学校1年「平面図形」を対象として—. 数学教育学研究, 7, 31-38.

平岡忠(1989). 算数・数学のよさを感じさせる指導. 茨城大学教育学部教育研究所紀要, 21, 37-44.

水本徳明・吉田稔・安藤知子(2000). 小学校教師の算数指導と学級経営の力量に関する実証的研究—算数指導及び学級経営に関する意識と実態を中心に—, 筑波大学教育学系論集, 25(1), 49-70.

ポール・アーネスト(2015). 長崎栄三・重松敬一・瀬沼花子監訳. 数学教育の哲学, 東洋館出版社.

佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子・黒田大樹(2018). 学習者の発展的思考・態度を促す段階的授業モデルの開発: 教師の意識変容の長期的事例分析を通して, 「第52回秋期研究大会発表集録」, 602.

佐藤学・重松敬一・新木伸次・城田直彦・黒田大樹(2021). 発展型授業の分析における観点「授業展開を知る」基準の検討. 東北数学教育学会誌, 52, 40-51.

清水誠(2002). 教師が保持する科学観と理科授業の実態. 理科教育学研究, 42(2), 43-50.

重松敬一・山中伸一(1997). 教師の算数教育観の研究. 奈良教育大学紀要, 46, 73-90.

本研究は, JSPS科研費JP18K02518, JP17K04525の
助成を受けたものです.

This work was supported by JSPS KAKENHI Grant
Numbers JP18K02518, JP17K04525.



アンケートにご協力いただけると幸いです。

<https://bit.ly/3fiImp7>

佐藤 学

秋田大学

310417@math.akita-u.ac.jp

重松敬一

奈良教育大学名誉教授

shigekhome@gaia.eonet.ne.jp

加藤久恵

兵庫教育大学

katohi@hyogo-u.ac.jp

新木伸次

国士舘大学

arakis@kokushikan.ac.jp

黒田大樹

皇學館中学・高等学校

dkuroda@kogakkan-u.ac.jp

