# 児童が発展的に考えることを支援する 授業モデルの開発と実践

 佐藤 学
 重松 敬一
 赤井 利行

 秋田大学
 奈良教育大学(名誉教授)
 大阪総合保育大学

 杜 威
 新木 伸次
 椎名 美穂子

 秋田大学
 財田県総合教育センター

### 全国数学教育学会 第46回研究発表会

平成29年6月24日(土)17:05~17:30 滋賀大学教育学部

## 1. 研究の目的と経緯

#### 本研究の経緯

- ▶「発展的に考えること」の指導に関する教師の意識 調査を実施したところ、発展的に考えることの理解 が不十分であること、指導法が確立されてないこと が明らかになった。
  - →中島(1982)、清水(2006)、Dörfler(1991)らを もとに、「構造的発展」と「発見的発展」から捉 えることとした。

\*佐藤学・重松敬・・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017)「数学教育における教材開発の研究V-発展的に考える授業の展開を 視点にした小学校算教第6学年「扇形の面積」の考察-」、秋田大学教育文化学部研究紀要・教育科学、第72巻、pp. 33-59

#### 本発表における研究の目的

- ▶ 児童が発展的に考えることを支援する授業 モデルの開発
- ▶ 児童が発展的に考えることを支援する授業の実現に向けて、多くの教師が使用するであろう教科書の問題等を使った授業実践の実施と、授業モデルの実現に有効な要素の解明

#### 平成29年告示学習指導要領との関連1

#### > 具体的目標

#### <小学校算数>

(2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、 基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的 に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表し たり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。

#### <中学校数学>

- (2) 数学を活用して事象を論理的に考察する力, 数量や図形などの性 質を見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて 事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- \*文部科学省(2017a)「小学校学習指導要領」 \*文部科学省(2017b)「中学校学習指導要領」

#### 平成29年告示学習指導要領との関連2

#### ▶ 数学的活動

#### <小学校算数の例(第1学年)>

- (1) 内容の「A数と計算」、「B図形」、「C変化と関係」及び「Dデータの活 用」に示す学習については、次のような数学的活動に取り組むもの
  - イ 算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、結果を確 かめたり、発展的に考察したりする活動

#### <中学校数学の例(第1学年)>

- (1)「A数と式」、「B図形」、「C関数」及び「Dデータの活用」の学習やそ れらを相互に関連付けた学習において、次のような数学的活動に 取り組むものとする。
  - イ 数学の事象から問題を見いだし解決したり 解決の過程や結果を 振り返って統合的・発展的に考察したりする活動
- \*文部科学省(2017a)「小学校学習指導要領」 \*文部科学省(2017b)「中学校学習指導要領」

#### 平成29年告示学習指導要領との関連3

▶ 数学的な見方・考え方の説明(小学校解説)

算数科の学習における「数学的な見方・考え方」については「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること」であると考えられる。



\*文部科学省(2017c)「小学校学習指導要領解説算数編」

2. 児童が発展的に考えることを 支援する授業モデルの開発

#### 発展的に考えることを捉える枠組み

### 構造的発展

# 構造化に向けて新しく 見出した概念や性質をより広い立場にも適用しよう とすることの「統合」の働き と、その構造化に向けた 「簡潔・明瞭・的確」と「一

般化」の働き。

#### 発見的発展

構造的な発展のきっかけを生み出す、当面の問題(狭義の意味)から次の問題(狭義の意味)へと発見的な気付きの過程。

\*佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017)「発展的に考える授業展開の研究―発見的発展の視点―」,東北数学 教育学会年報第48号,pp. 34-44を一部修正。

#### 発展的に考えることに関連した実践事例の分析1

- ▶ 授業者が発展的に考えることを意図した授業実践 の観察とその分析
  - 小学校第2学年「箱の形」(第4時/全6時間) (秋田県公立小, 2016.2)
  - 小学校第5学年「小数の除法」(第1時/全14時間) (秋田県公立小、2016.6)
  - 小学校第6学年「円の面積」(第8時/全9時間) (秋田県国立小, 2016.9)
  - 小学校第2学年「乗法九九の構成(2)」(第7時/全17時間) (広島県公立小, 2016.10)

#### 発展的に考えることに関連した実践事例の分析2

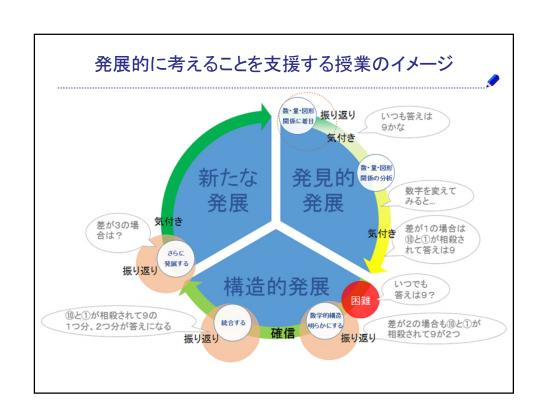
- ▶ 授業者が発展的に考えることを意図した先行実践 記録の分析
  - ・ 小学校第1学年「10より大きい数」(第7時/全7時間) (福岡県公立小, 2003)
  - 小学校第3学年「かけ算のきまり」(第6時/全6時間) (埼玉県公立小、2017)
  - ・ 小学校第5学年「変わり方のきまり」(第2時/全2時間) (埼玉県公立小,2007)

#### 実践事例の分析から抽出された要素1

- ▶ 多くの実践において、当面の問題(狭義の意味)から次の問題(狭義の意味)へと発見的な気付きをする発見的発展の状況を繰り返しながら、少しずつ構造化が進む。
- ▶「困難」な場面を経験することにより、「統合」や「簡潔・明瞭・的確」、「一般化」が働き、認知的理解を確かにし、構造的発展の状況に達する。

#### 実践事例の分析から抽出された要素2

- ▶ 構造的発展の状況から、さらに、発展的に考えを進める展開の実践は少ない。さらに、発展的に考えを進める展開の実践であっても、そのきっかけは教師による問題の提示によるため、学習者が発展的に考えを進めようとしたものとは認め難い。また、さらに発展的に考えるための時間を保障することも難しい。
- ▶ その一方で、学習者の発見的発展の構えや構造的発展の構えを形成したり、発見的発展から構造的発展へと展開する過程における気付きを促すことや顕在化することにおいて、教師の口癖や態度癖の働きに注目する必要がある。



### iQed法の援用による授業モデルの開発

- >「数学の学びの方法の習得の上に、学習対象への 教師の『問い』による生徒の『問い』の内面化(自覚 的学び)とメタ認知の働きによって問題解決や問題 設定のプロセスを持つ(吉岡・重松, 2015)」の考 えから、教師の関わりと生徒の学力の変容を図式 化したiQed法を発展的に考えることを支援する授 業モデルに援用。

  - \* 吉岡睦美・重松敬一(2015)「中学校数学の学力変容過程の実践的研究―振り返りシート等の記述の変容の分析を通して 一」、奈良教育大学紀要、第64巻、第1号、pp. 103-118。 \* 吉岡睦美(2016)「中学校数学の学びの方法の学習指導の実践的研究2」、第49回秋期研究大会発表集録、日本数学教育学会、p.524

| - | の行為        |   | Inner Question   | Exploration                          | Description                          | Commu  | ınloation                                   | Reflection  | New Question   |  |
|---|------------|---|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--|---|---|--|--|
| ż |            |   | → 内なる問い  | ⇒ 自分なりの程史                            | → Ež                                 | → ×= ·   | → 伝え合い                                      | → 振り至り -  | → 新たな問い  |  |
|   | の状況        |   |  | 見的発展                                 |                                      | 188  |   | 排泄的免损   |  |  |
|   | 考え         | 場面/開催との出会い<br>素朴な気づき                    | 見食の無決の立場の<br>設定<br>条件な気づきの交流<br>興味・関心の広がり              | 素朴な気づきの配達<br>メモ的な個人の下書き              | 自分の素朴な考えの<br>寄観化<br>個人のパブリックなま<br>とめ | 自分の考えの比較<br>各自のまとめによる能<br>み保含  | 自分の考えの表現・説明と修正的記述<br>各自のまとめの精錬              | 各自のまとめの客観<br>化<br>数学としての考えの整<br>週<br>有用性の自覚/新しい<br>発見             | 統合・発展<br>自分の考えの確立<br>各自の新たな気づき<br>自己の変響                              |  |
|   | 具体的<br>な様相 |   |  |                                      |                                      |  |   |   |  |  |
|   | 知識         | → 長数的知識                                 |  | 個人的知識                                |                                      | → 修正された  | 個人的知識                                       | <b>-</b>  | ⇒ 自分の知識  |  |
|   | 数学の<br>葉まり |   | 個別的理解  | 自分での関係的理解                            |                                      | 製條的職祭  |   | 數明的理解   | 自分での活用的理解<br>類い学び(海上2018)<br>関係づけるなど構造化で(<br>る<br>潜用できる<br>関係的に影明できる |  |
| ľ | メタロ        | があるか知りたいです は大切だ はっきりす                   |  | 書き言葉で自分は<br>はっきりする                   | 他の人の考えを聞いたら                          | <b>ふよくわかる</b>  | きちんと意味が分かっ<br>て良かった(自己)                     | 発展的に考えることは大切だ   |  |  |
|   | 知の意        |   | 今まで知っていること<br>とどこが違うかな                                 | 自分の考えが大切だ                            | 書き言葉で映想を整<br>理してみよう                  | いろいろな考え方があることがわかりました(<br>種)  |   | 新しい意味となった   | 他にも知りたいと思いました<br>(課題)  |  |
|   | 知識の例       |   | 今まで知っていること<br>とどこが違うか考えて<br>みよう                        | でなければどうかな/で<br>あればどうかなと自分<br>の考えをもとう | ノートに置してみよう                           | しっかり聞いて、自分の!<br>る<br>わかったことを試してみる  | しっかり聞いて、自分の考えと比較して、検討す<br>る<br>わかったことを試してみる |   | 発展的にいろいろと考えてみ<br>ることが大切  |  |
|   | モデルプレート    | a1. 何に目をつけ<br>る?<br>a2. 何(何と何)を開<br>べる? | b1.何か気付いた?<br>b3.考えてみたいこと<br>がある?<br>b4.今までとどこが進<br>う? | h1. 面白い考えだね。<br>h2. やってみようか。         |                                      | o1. 何か分かった?<br>o2. 何から分かった?<br>o3. 前の学習と低ているところはある?<br>d1. 同じころはある?<br>d2. 他にある? |   | e1. 簡単に分かりや<br>すく表すと?<br>e2. 算数(変たは数<br>学)らしく表すと?<br>f1. いつでもいえる? | g1. 数量を変えてみると?<br>g2. 条件を変えてみると?<br>g3. 場面を変えてみると?                   |  |

## 3. 授業実践と考察

## 授業実践の概要と授業化に向けた手続き

#### ▶ 授業実践の概要

実施日 2017年5月9日, 5月10日, 5月11日(全3時間)

对象児童 秋田県公立A小学校第5学年児童36名

授業者対象児童について算数指導を行うA小学校教諭

実施内容 小学校算数第5学年「比例」

記録方法 教室後方より教室の全景をビデオ撮影し、その音声データを分析。

児童が授業の場面、場面で意識したモデルプレートを記録。その記

録の分析。

#### ▶ 授業化に向けた手続き

4月20日 教師の意識調査の実施と分析

4月22日 発展的に考えることを支援する授業イメージの

共有,検証授業についての説明

5月1日 授業者が指導案を作成。作成した指導案とモ

デルプレートの検討。

5月8日 指導案の確定。第2,3時の指導案については、

随時修正を行って実施。

本研究に授業者の 理解を踏まえて,指 導案(展開)を作成 していく。

## 授業実践の流れ1

## ▶ 教科書(藤井・他, 2015)の流れを基本にして授業 実践を計画(計画の立案は, 指導者が作成)

## <第1時>

| 発展の状況 | 具体的な算数的活動の局面                | 学習者の心理        | モデルプレート        | 指導者の心がけ                                  |
|-------|-----------------------------|---------------|----------------|--|
|       | (活動内容)                      | (児童の反応)       | (教師の言葉かけ)      | (指導の手立て)                                 |
| 発見的発展 | 1 問題を把握する。(問題解決の対象化)        | 気付き           | a 1 何に目を付ける?   | <ul><li>学習内容への関心を高めるために全体で問題</li></ul>   |
|       | 動直方体の高さが1cm, 2cm···と変わると体積は | (たて, 横, 高さ)   |                | 把握する。                                    |
|       | どのように変わるでしょうか。              |               |                | <ul><li>着目する観点を明確にする。</li></ul>          |
|       | 2 課題をつかむ。(関係について分析)         | 気付き           | b 1 何か気付いた?    | <ul><li>表に当てはまる数値を確認しながら、「きまり」</li></ul> |
|       | ◎高さと体積の変化にはどのようなきまりがあるだ     | (きまりがありそうだ)   |                | (関係)を考えるときの表の見方を確認する。                    |
|       | ろうか。                        |               |                | 【違いを見つける・違いの中の変化】                        |
|       | 3 見通しをもつ。(自力解決)             | 気付き           | h 1 おもしろい考えだね。 | <ul><li>自力解決に困っている児童には、今までの学習</li></ul>  |
| 11    | 表をもとに2つの数量関係を考える。           | ①縦に見る。②横に見る(増 |                | で表をどのように見ていたか(どことどこを見れ                   |
| /     |                             | 加, 3横に見る(倍)   |                | ばよいか) を示す。                               |
| 構造的発見 | 4 考えを全体で発表する。(数学的構造を明らかにす   | 気付き           | c2 何から分かった?    | <ul><li>表の何から分かったのか根拠を明らかにして</li></ul>   |
|       | る)                          | (今までの考えと似ている) |                | 説明するように促す。                               |
|       |                             |               |                |  |
|       | 5 考えを統合する。                  | 困難            | f 1 いつでも言える?   | <ul><li>揺さぶりをかけ、考えの範囲を広げられるよう</li></ul>  |
|       |                             | (③の考えには言えないと  |                | 新たな問いを発する。                               |
|       |                             | ころがありそうだ。)    |                |  |
|       | 6 気付き・考えを発表する。              | 気付き           | (e2算数らしく)      | <ul><li>気づいた意見を図示させるなど考えが見える</li></ul>   |
|       |                             | (③でも言える。できる)  |                | ように板書の表し方を工夫する。                          |
|       | 7 まとめ (一般化)                 | 確信            |                | <ul><li>一般化して言えることを全体で確かめる。</li></ul>    |
|       |                             |               |                |  |
| 新たな発展 | 8 チェック問題、振り返り               | 気付き           | g1 数量を変えてみる    | <ul><li>違う場面で比例を考えるようとした児童の値</li></ul>   |
|       |                             | (いろいろな場面でも比例  | と?             | 値付けをする。                                  |
|       |                             | が考えられる)       |                |  |

### 授業実践の流れ2

### <第2時>

| 発展の状況 | 具体的な算数的活動の局面               | 学習者の心理       | モデルプレート        | 指導者の心がけ                                      |
|-------|----------------------------|--------------|----------------|--|
|       | (活動内容)                     | (児童の反応)      | (教師の言葉かけ)      | (指導の手立て)                                     |
| 発見的発展 | 1 問題を把握する。(問題解決の対象化)       | 気付き          | c 2 何から分かった?   | ・学習内容への関心を高めるために全体で問題                        |
|       | ◎1 mのねだんが80円のリポンがあります。買う長  | (比例になりそう…)   |                | 把握する。  |
|       | さが1m, 2m, …と変わると代金はどのように変わ |              |                | <ul><li>着目する観点を明確にする。(長さと代金)</li></ul>       |
|       | るでしょうか。                    |              |                |  |
|       | 2 課題をつかむ。(関係について分析)        | 気付き          | a 2 何(と何)を謂べる? | <ul><li>既習した学習から表を使って考えるとよいこ</li></ul>       |
|       | ®長さと代金の変化が比例しているかどうか、確かめ   | (表に表してきまりを見て |                | とに気付かせる。                                     |
|       | るにはそうしたらよいだろうか             | N<)          |                |  |
|       | 3 見通しをもつ。(自力解決)            | 気付き          | h2 やってみようか。    | <ul><li>自力解決に困っている児童には、表の変化した</li></ul>      |
|       | 表をもとに2つの数量関係を考察する。         | (1mのときをもとにする |                | 数値に着目して考えるように声かけをする。                         |
|       |                            | と…,他がもとでも…)  |                |  |
| 構造的発見 | 4 考えを全体で発表する。              | 気付き          | d2 他にある?       | <ul> <li>表の具体的な数値などを根拠に説明するように促す。</li> </ul> |
|       | 5 考えを深める。                  | 困難           | f 1 いつでも言える?   | <ul><li>揺さぶりをかけ、考えの範囲を広げられるよう</li></ul>      |
|       | (もとにする長さが変わってもいいだろうか。)     | (表を超える範囲でも言え |                | 新たな問いを発する。                                   |
|       |                            | るのだろうか)      |                |  |
|       | 6 気付き・考えを発表する。             | 気付き          | h 1 面白い考えだね。   | <ul><li>「□mのときは△円になるから、○をもとに考</li></ul>      |
|       |                            | (具体的な例を示す)   |                | えると…」など具体的で分かりやすい説明をで                        |
|       |                            |              |                | きるよう支援する。                                    |
|       | 7 まとめ(一般化)                 | 確信           | g1 数量を変えてみる    | <ul><li>1 mあたりの代金が違う問題やリボンではな</li></ul>      |
|       |                            |              | と?             | い具体的なものをイメージして問題の工夫がで                        |
|       |                            |              |                | きるように声かけをする。                                 |
| 新たな発展 | 8 振り返り                     |              |                | ・違う場面で比例を考えるようとした児童の価                        |
|       |                            |              |                | 値付けをする。                                      |

## 授業実践の流れ3

### <第3時>

| 発展の状況 | 具体的な算数的活動の局面  | 学習者の心理  | モデルプレート      | 指導者の心がけ   |
|-------|---|---|--------------|---|
|       | (活動内容)  | (児童の反応)   | (教師の言葉かけ)    | (指導の手立て)  |
| 発見的発展 | 1 問題を把握する。(問題解決の対象化) ●① S智は5円貯金をしています。5円玉の枚数と たまったお金は比例の関係にあると言えるでしょうか。 ② 任ジュースが24本あります。飲んだ本数と残り の本数は比例の関係にあると言えるでしょうか。 ③ K君は1日の温度の変化を調べました。6時は 9℃で12時は18℃、18時は15℃でした。時間 と温度は比例の関係にあるでしょうか。 ④1 袋に6個のチョコが入ったおかしを買いました。 泉の数とチョコの数は比例の関係にあると言えますか。 | 気付き<br>(①は比例になりそう。②は<br>どうかなー)<br>(全部比例になっているん<br>じゃないかな)<br>(比別になっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっているん<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>であっている。<br>できる。<br>できる。<br>できる。<br>できる。<br>できる。<br>できる。<br>できる。<br>でき | a2 存在機べる?    | ・児童が比例になりそうだと思う事例について<br>取り上げ、興味・関心を高める。<br>・比例になる場合の 2 つの数量の関係について<br>確認し、問題解決の見通しをもたせる。 |
|       | <ul><li>2 課題をつかむ。(関係について分析)</li><li>⊗ともなって変わる2つの量が比例しているかどうかを工夫して調べよう。</li></ul>  | 気付き<br>(表に表す)(全部書かなく<br>てもできそうだな)   | a 1 何に目をつける? | ・既習した学習から表を使って考えるとよいことや表で全て表さなくても数値を選んでできそうだという考えも評価する。                                   |
|       | 3 見通しをもつ。(自力解決)<br>ともなって変わる2つの量から比例の関係があるか<br>表などを使って考える。   | 困難<br>(何が分かれば比例といえ<br>るのだろうか)   |              | <ul><li>前時のまとめを確認し、2つの数値がともに2倍、3倍していることが分かればよいことを確かめる。</li></ul>                          |
| 構造的発見 | 4 考えを全体で発表する。   | 気付き   | f 1 いつでも言える? | <ul><li>表の数値などを根拠に説明するように促す。</li></ul>  |
|       | 5 考えを深める。   | 確信  |              | <ul><li>揺さぶりをかけ、考えの範囲を広げられるよう<br/>新たな問いを発する。</li></ul>                                    |
|       | 6 気付き・考えを発表する。  | 気付き<br>(具体的な例を示す)   | d2 他にある?     | •   |
|       | 7 まとめ   |   |              | •   |
| 新たな発展 | 8 振り返り  | 気付き   |              | ・違う場面で比例を考えるようとした児童の価値付けをする。  |

## モデルプレートの提示

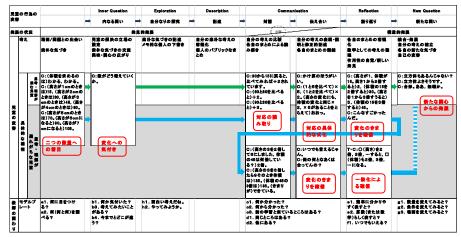
## <例:第2時>



▶ 提示方法としては、[常掲]、[必要な場面で掲示]と考えられるが、今回は常掲にした。

常掲

# 考察1-発展的に考えることを支援する授業であったか*ー*



- ▶ 思考・理解が進む児童も、思考・理解が遅れがちな児童も、発見的発展→構造的発展→新たな発展への変容、「統合」や「簡潔・明瞭・的確」、「一般化」の働きといった様相が見られた。思考・理解が遅れがちな児童については、発見的発展の状況を繰り返す傾向が見られた。
- 教師の発問が多い場面も見られたが、児童は発展的に考えることを経験できており、 今後、発展的に考えることを範として示すことができたと考えられる。

#### 考察2-Inner Questionは望ましい様相であったか-

- ▶ iQwd法では、問題場面との出会いからInner Question(内なる問い) を想定していたが、本実践の場合では、直方体の体積を求めること はできていても、1つ分、2つ分、3つ分、…を関連付けてみることに 時間を要しており、容易でない場合があることが明らかとなった。
- ▶ そこで、今後は、
  - 前時とのつながりを意識させること
  - ・学習者の思い付きを奨励し、教師の計画している発展の方向性と類似するものは取り上げること
  - 見方・考え方や構造を例示すること
  - ・「どうして気がついた?(浅い着目)」→「確かめの取組(深い着目)」 のように児童の気付きを支援すること
  - ・調べたいこと、考えたいことの意思表明の場を設けることの点にも考慮して、検証を進めることも必要と考える。

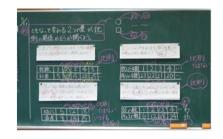
#### 考察3-Communicationは望ましい様相であったか-

- ▶ 授業者は、学習者の発見を拾い上げ、集団での検討にする ことに努めていた。
- ▶ また、数値の焦点化を図ったり、図を提示したりして考察が 円滑に進むよう工夫がなされていた。
- ▶ 児童が見つけたきまりを確かめる場面を何度か設け、構造 的な理解を図る意図が見受けられた。
- ▶ コミュニケーションは、不完全な思考・理解、表現から始まるので、教師のこのような働きかけは、思考・理解、表現を高めていく手立てとして有効である。
- ➤ モデルプレートを提示することで、児童が自発的に意識することが可能になると考える。

#### 考察4-児童は発展的に考えることを範として受け止めたか-

#### <第3時>

▶ 比例の関係にある問題場面 と比例の関係にない問題場 面を同時に扱う導入であっ たが、第1・2時に時間をか けて捉えた見方が児童から 表出されていた。



本当にその数が、2倍や3倍されたら、もう一つの元にする数のほうも2倍や3倍されます。

袋を基にしたときに、3袋を基にしたときに2倍すると、6袋になる。

#### 授業者への事後インタビュー1

### ➤ モデルプレートの使い方

・・→発展的に考えるためにヒントになるものとして使っていました。よりよい考えにしていこうと言っても伝わりにくい部分を補うと言うか伝えるもののイメージです。私は「いつでもいえる」、「算数らしく」をよく使っていたようですが、算数のよさを感じさせるためには簡単に表せるようになることやいつでも使えることや今までとの結びついていることがあると思います。それが伝われば算数の楽しさや身近に感じることができると考えています。だから、それらの言葉を意識的に多く使っているかもしれません。

発展的に考えることを自然派生的に期待することは難しく、最初はモデルを意識させ、先生の口癖にする必要がある。「先生また言ってる」→「先生こんなこと言いたいのだろ」→「先生、言わなくてもわかってるよ」という過程を経て内面化すると考える。

#### 授業者への事後インタビュー2

それまで実施してきた授業との違い

→今までとの違いは、教科書の内容を教えるときに 教科書の内容をいかに分かりやすく教えるかを意識 していますが、発展的と考えたときそこからプラスα の内容を考えさせたいとか、こんな考えもあるよと伝 えたいと思います。発展的にと考えるとすると多少内 容がそれたとしても、考えるよい機会になると言うイメ ージがあるからでしょうか。

#### 授業者への事後インタビュー3

→授業の意味についてですが、習得型の決まった流れよりもオープンエンドのやり方も面白いのかなと感じています。ただ、子どもの理解には結びついているのかは分かりませんが。

#### 考察5-「さらに、発展的に考えを進める」の難しさは解消できるか-

- ▶ 第3時では、比例関係を調べる方法として表以外にないかを考える場面がみられた。児童からグラフが示されたが、グラフを想起したことの理由が発話としては表出されなかったことから、「思い付き」であったが、授業者は取り上げることができていた。
- ▶ 授業者は、「思い付き」を「思い付き」に留めず、実際にグラフを作成することにしていた。比例をグラフ表現することで発展的に考えを進めていると実感するには、そのやりとりの時間は少なかったと考える。しかし、「思い付き」は表出して終わったのでは、表とグラフのつながりを捉えることはできないため、授業者のように、実際に試してみるという活動が必要と考える。さらに、グラフを思い付いた理由を尋ねたり、グラフに表してみて表とのつながりを捉え直してみたりすることも、有効と考える。

## 4. 成果と課題

### 成果と課題1ー開発した授業モデルの妥当性ー

- ▶ 開発した授業モデルにより、
  - ・発展的に考えることを支援する授業の流れを、思 考・理解が進む児童の様相、思考・理解が遅れが ちな児童の様相の二面から捉えることができた。
  - ・児童の様相に対応して教師の関わりを検討することができた。
- →引き続き事例検証を行い、精度を高めるとともに、 発達段階による様相の違いを明らかにしていくこと が必要である。

#### 成果と課題2一発展的に考えることの支援一

▶ 子どもは、教師が考える以上に、様々な「思い付き」をする。それらは、数学の構造や系統性から見て方向性を一にするものと、一見そうでないものとがある。しかし、多くの「思い付き」は、学習者が問題場面から数、量、形、それらの関係といったものに着目したものであり、ある価値を持ったものである。教師は、その「思い付き」について、学習者が発展的に考えることの状況にあると肯定的に捉え、数学の構造や系統性から、その「思い付き」に方向性を与え、学習者「思いつき」の先を考えるよう、働きかけることが必要と考える。

## 成果と課題3ーモデルプレートの有効性ー

▶ 発展的に考えることを支援する授業の実施にあたっては、その全般において、教師が発展的に考えることの営みを口癖や態度癖等によって範を示すことが重要であり、学習者をそれを模倣して、発展的に考えることを内面化していくものと考える。そこで、発展的に考えることの範として作成したモデルプレートについて、その有効性を検討する必要がある。

#### 授業者への事後インタビュー4

➤ モデルプレートの利便性と改善点

→先生のよく使う言葉として私は例示しましたが、よく 考えられている言葉なので私としてはイメージがもち やすかったです。ただ、子どもたちと考えると少し似た ような言葉があり、違いを捉えるのは難しいと感じた かもしれません。改善点はモデルプレートの数を少な くすることでしょうか。そうなると、選びやすいかもしれ ません。

### 成果と課題4ーモデルプレートの整理ー

|                                 |    |                  |    | 提  | 提示レベル |     |                  |
|---------------------------------|----|------------------|----|----|-------|-----|------------------|
|                                 |    |                  |    | 1  | 1 2   | 3   |                  |
| a. 数量や図形及びそれらの関係                | a1 | 何に目をつける?         | 5  |    |       | a 1 | 何に目をつける?         |
| に着目する(問題解決の対象化)                 | a2 | 何(何と何)を調べる?      | 1  |    |       | a2  | 何(何と何)を調べる?      |
| b. 着目した数量や図形及びそれ                | b1 | 何か気付いた?          | 23 | b1 | 何7    | か気  | 付いた?             |
| らの関係について分析する                    | b2 | 調べてみたいことがある?     | 27 | b2 | 調     | べて  | みたいことがある?        |
|                                 | b3 | 考えてみたいことがある?     | 5  |    |       | b3  | 考えてみたいことがある?     |
|                                 | b4 | 今までとどこが違う?       | 0  |    |       | b4  | 今までとどこが違う?       |
| h. 数量や図形及びそれらの関係                | h1 | 面白い考えだね。         | 28 |    | h1    | 面田  | 白い考えだね。          |
| について無意図的に着目・分析す                 | h2 | やってみようか。         | 17 |    | h2    | やつ  | ってみようか。          |
| c. 発見的発展の過程を振り返っ                | c1 | 何か分かった?          | 18 |    | c1    | 何力  | か分かった?           |
| て数学的構造を明らかにする。                  | с2 | 何から分かった?         | 5  |    |       | c 2 | 何から分かった?         |
|                                 | сЗ | 前の学習と似ているところはある? | 6  |    |       | c3  | 前の学習と似ているところはある? |
| d. 既知を振り返って統合する。                | d1 | 同じところはある?        | 10 |    | d1    | 同し  | こところはある?         |
|                                 | d2 | 他にある?            | 3  |    |       | d2  | 他にある?            |
| e. 簡潔・明瞭・的確に表す。                 | e1 | 簡単に分かりやすく表すと?    | 6  |    |       | e 1 | 簡単に分かりやすく表すと?    |
|                                 | e2 | 算数(または数学)らしく表すと? | 3  |    |       | e 2 | 算数(または数学)らしく表すと? |
| f. 一般化する。                       | f1 | いつでもいえる?         | 10 |    | f1    | いつ  | つでもいえる?          |
| g. 明らかにした数学的構造と既                | g1 | 数量を変えてみると?       | 9  | g1 | 数     | 量を  | 変えてみると?          |
| 知や身の回りの問題を振り返っ<br>て、さらに発展的に考える。 | g2 | 条件を変えてみると?       | 3  |    |       | g2  | 条件を変えてみると?       |
|                                 | g3 | 場面を変えてみると?       | 2  |    |       | g3  | 場面を変えてみると?       |

\*佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017)「発展的に考える授業の視点に基づく身近な問題からの授業化ー平成29年全国学力・学習状況調査B1の場合ー」、東北数学教育学会 第22回初夏研究会、発表資料

➤ モデルプレートの反応を踏まえ、提示レベルを3段階(1.必ず示す、2.できたら示す、3.時間があったら示す)に整理し、内面化する手立てを探る。

### 成果と課題5一「教材観」と「数学観」一

▶ 発展的に考えることを支援する授業の実施にあたっては、従来からも良い授業を構築するために必要とされる「教材観」の深さと、算数・数学という営みをどのように捉えるかという「数学観」をどのような立場に置くのか、という2つの要素が重要であり、残された課題である。

## 謝辞

本研究は、JSPS科研費15K04390の助成を 受けたものです。

ありがとうございました。

#### 参考にした先行実践の記録

- ▶福岡市教育センター算数,数学科研究室(2003).「発展的に考える力を育てる算数,数学科学習指導法の研究ー発展的な扱いによる授業を通して一」,『福岡市教育センター研究紀要』,667号,pp.7~11
- ▶著者不明(2007).「発展的に考える(数学的に表現できる)力を育てる算数指導」、『私の実践・私の工夫(算数)』、新興出版社啓林館HP

http://www.shinko-keirin.co.jp/keirinkan/tea/sho/jissen/sansu/index.html

▶宮河俊宏(2017).「3年 かけ算のきまり」,『新しい算数研究』, 555号, 東洋館出版社, pp.46~48

#### 引用•参考文献1

- ▶佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017).「数学教育における教材開発の研究V一発展的に考える授業の展開を視点にした小学校算数第6学年『扇形の面積』の考察一」,秋田大学教育文化学部研究紀要・教育科学,第72巻,pp. 33-59
- ▶中島健三(1982).「算数・数学教育と数学的な考え方ーその進展のための 考察一」、金子書房、pp. 125-172(復刻版、東洋館出版社、2015)
- ▶清水静海(2006).「算数・数学の学びと言語力の育成ー『筋道を立てて説明する力』に焦点を当てて一」、言語力育成協力者会議(第1回)配付資料
  - $\verb|*http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/036/shiryo/06061520.html||$
- ➤ Dörfler.W.(1991).Forms and Means of Generalization in Mathematics,
  Bishop,A.J.(ed.), Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching,
  Kluwer Academic, pp.63~85

#### 引用·参考文献2

- ▶文部科学省(2017a).「小学校学習指導要領」
- ▶文部科学省(2017b).「中学校学習指導要領」
- ▶文部科学省(2017c).「小学校学習指導要領解説算数編」
- ▶佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017).「発展的に考える授業展開の研究—発見的発展の視点—」,東北数学教育学会年報第48号,pp. 34-44
- ▶吉岡睦美・重松敬一(2015).「中学校数学の学力変容過程の実践的研究 ―振り返りシート等の記述の変容の分析を通して―」, 奈良教育大学紀要, 第64巻, 第1号, pp. 103-118
- ▶吉岡睦美(2016).「中学校数学の学びの方法の学習指導の実践的研究2」 ,第49回秋期研究大会発表集録,日本数学教育学会,p. 524
- ▶藤井斉亮·他(2015).「新編新しい算数5上」, 東京書籍, pp. 30-33