

# 発展的思考・態度を促す授業モデルの 開発的研究

—中3生を対象とした数学的活動の授業実践の分析を通して—

黒田 大樹

皇學館中学・高等学校

重松 敬一

奈良教育大学名誉教授

佐藤 学

秋田大学

新木 伸次

国士舘大学

椎名 美穂子

秋田県総合教育センター

全国数学教育学会 第49回研究発表会

平成31年2月9日(土)広島大学大学院教育学研究科L205

# 研究の背景

- ・生徒が、目的意識をもって事象を数学化し、自ら問題を設定し、その解決のために新しい概念や原理・法則を見いだすことで、概念や原理・法則に支えられた知識及び技能を習得したり、思考力、判断力、表現力等を身に付けたり、**統合的・発展的に考えて深い学びを実現**したりすることが可能である
- ・今回の改訂では、**統合的・発展的に考えることを重視**

(平成29年 中学校学習指導要領解説数学編)



**発展的思考・態度を育成する数学的活動を  
実現することは重要な課題**

# 研究の目的

中3生を対象とした数学的活動の授業実践の分析を通し、生徒自身が主体的に数学的活動過程を遂行するための**発展的思考・態度を促す授業モデルの開発**を行うこと

# 本発表の概要

1. 先行研究の整理
2. 授業実践の分析
3. 発展的思考・態度を促す授業モデルの開発
4. 発展的思考・態度を促す授業モデルに基づいた授業の再構成

# 1. 数学的活動の先行研究

## 数学的活動の定義

事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること

## 数学的活動として捉える問題発見・解決の過程

- ①日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程（日常生活や社会の事象の数学化）
- ②数学の事象から問題を見だし、数学的な推論などによって問題を解決し、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程（数学の事象の数学化）

（平成29年7月 中学校学習指導要領解説数学編）

# 1. 発展的思考・態度の先行研究（1）

## 中島（1982）

「統合的発展的な考察」は、（中略）**数学的な創造にかかわる重要な観点**であって、「**数学的な考え方**」の育成という立場できわめて重要な意義をもつものである

## 長崎ら（2007）

算数・数学の力

- ① 算数・数学を生み出す力
- ② 算数・数学を使う力
- ③ 算数・数学で表す力
- ④ 算数・数学で考え合う力

5項目の中の1つとして

**算数・数学で発展的に考える力**

を位置付け

# 1. 発展的思考・態度の先行研究（2）

佐藤ら（2017）

学習者が発展的に考えることの内面化を支援するモデルプレートの開発

| 発展の状況                             | 具体的な数学的活動の局面                                | 学習者の心理               | モデルプレート(学習者の範)         |        |           |
|-----------------------------------|---|----------------------|------------------------|--------|-----------|
|                                   |   |                      | 必ず言う                   | できたら言う | 時間があったら言う |
| 発見的発展                             | a. 数量や図形及びそれらの関係に着目する(問題解決の対象化)             | 気付き 知                | a1. 何に目をつける?(幹)        |        |           |
|                                   | b. 着目した数量や図形及びそれらの関係について分析する                | 気付き 的                | a2. 何(何と何)を調べる?        |        |           |
|                                   |   |                      | b1. 何か気付いた?(幹)         |        |           |
| h. 数量や図形及びそれらの関係について無意図的に着目・分析する。 | 気付き 興                                       | b2. 調べてみたいことがある?     |                        |        |           |
|                                   |   | b3. 考えてみたいことがある?     |                        |        |           |
| 構造的発展                             | c. 発見的発展の過程を振り返って数学的構造を明らかにする。              | 困難 奮 確信              | b4. 今までとどこが違う?         |        |           |
|                                   |   |                      | h1. 面白い考えだね。           |        |           |
|                                   | h2. やってみようか。                                |                      |                        |        |           |
|                                   | c1. 何か分かった?                                 |                      |                        |        |           |
| d. 既知を振り返って統合する。                  | 確信  | c2. 何から分かった?         |                        |        |           |
|                                   |   | c3. 前の学習と似ているところはある? |                        |        |           |
| e. 簡潔・明瞭・的確に表す。                   | 確信  | d1. 同じところはある?        |                        |        |           |
|                                   |   | d2. 他にあるか?           |                        |        |           |
| f. 一般化する。                         | 確信  | e1. 簡単に分かりやすく表すと?    |                        |        |           |
|                                   |   | e2. 算数(または数学)らしく表すと? |                        |        |           |
| 新たな発展                             | g. 明らかにした数学的構造と既知や身の回りの問題を振り返って、さらに発展的に考える。 | 気付き                  | f1. いつでもいえる?           |        |           |
|                                   |   |                      | g1. この後どんなことができるのか。(幹) |        |           |
|                                   |   |                      | g2. 数量を変えてみると?         |        |           |
|                                   |   |                      | g3. 条件を変えてみると?         |        |           |
|                                   |   |                      | g4. 場面を変えてみると?         |        |           |
| g5. 視点を変えてみると?                    |   |                      |                        |        |           |

## 2. 授業実践の分析（1）

### 河合・黒田（2006）の実践

- ①振り子の周期は何と関係があるか考える
- ②振り子の周期とひもの長さとの関係を実験で調べる
- ③周期とひもの長さの関係を考察する
- ④データをグラフ電卓に入力させ近似関数を求める

## 2. 授業実践の分析（2）

| 授業展開                     | 数学的活動に関する考察   | 発展的思考・態度の育成に関する考察  |
|--------------------------|---|--|
| ①振り子の周期は何と関係があるか考える      | 日常生活や社会の事象を数学的に表現した問題へと「数学化」する上で重要な活動である  | 生徒の発想を活かす取り組みであると考えられるが、着目した数量との関係を1つ1つ考察する場面がないため、 <b>発見的な気づきをする状況が十分に与えられていない</b>            |
| ②振り子の周期とひもの長さとの関係を実験で調べる | 「振り子の周期」と「ひもの長さ」という2変数を取り出し、焦点化した問題へと移行する上で重要な活動である                                   | ①の活動過程を振り返って数学的構造を明らかにする上でも、生徒の知的興奮を促す上でも重要な局面である  |
| ③周期とひもの長さの関係を考察する        | 比例や1次関数の関係でないと多くの生徒が気付いたが、深い考察がなされず、 <b>解決のために新しい概念や原理・法則を見いだす活動となっていない</b>           | 周期とひもの長さの関係を生徒が考察したり、生徒自身が根拠を表などをもとに明確に述べたりする場面がなく、 <b>一般化や統合などへつなげたり、知的興奮を促したりする展開となっていない</b> |
| ④データをグラフ電卓に入力させ、近似関数を求める | 2次関数で近似させるとうまくいくことから、この関数ではないかという結論で終わっており、さらなる <b>活用・意味づけや統合・発展／体系化の活動へつながついていない</b> | 2次関数であるといえる根拠を明確に述べる場面がなく、また、 <b>活動を振り返ってさらに発展的に考え、生徒自身が主体的に取り組むための工夫が十分でない</b>                |

### 3. 発展的思考・態度を促す 授業モデルの開発（1）

長崎

算数

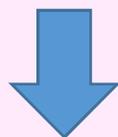
中3

仮定

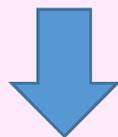
現実

伝え

変数を取り出す場面や一般化する場面，表・式・グラフ・  
図等で表現したりする場面で，生徒が困難を示し，教師  
主導で授業を展開する場面が見受けられた



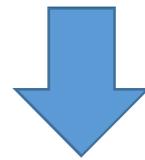
結果的に学習者が発展的に考えることを阻害する要因と  
なる



生徒自身が主体的に数学的活動過程を遂行するための  
発展的な思考・態度を促す授業モデルの開発が必要

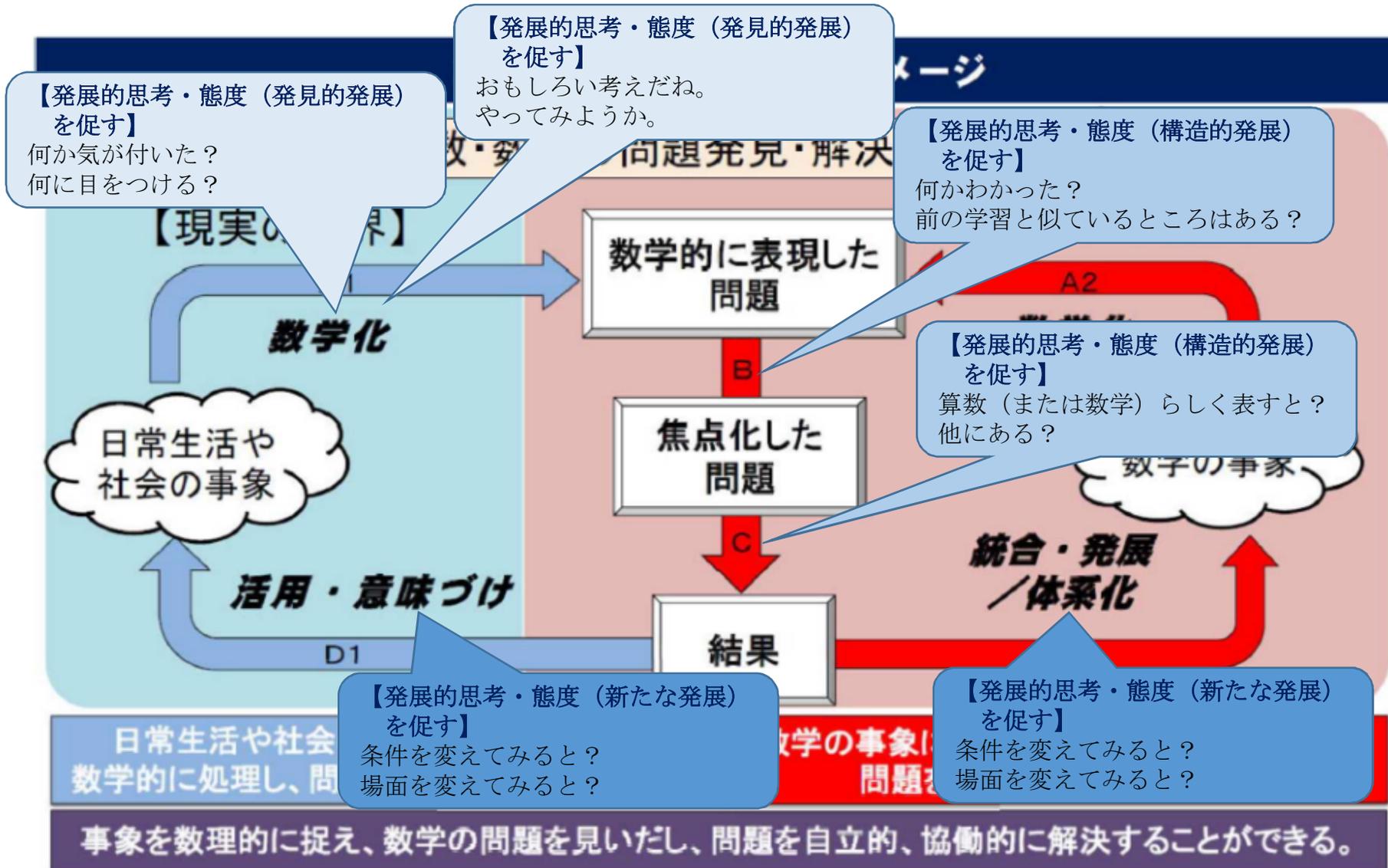
### 3. 発展的思考・態度を促す 授業モデルの開発（2）

数学的活動過程において、佐藤らが開発したモデルプレートに示されているような教師の言葉がけや教材の工夫が、学習者の知的興奮を促し、主体性を育てるにあたり、効果的に働くことも期待できる



数学的活動過程において、佐藤らのモデルプレートを援用して、教師の言葉がけなどに着目し、発展的思考・態度を促す授業モデルを開発

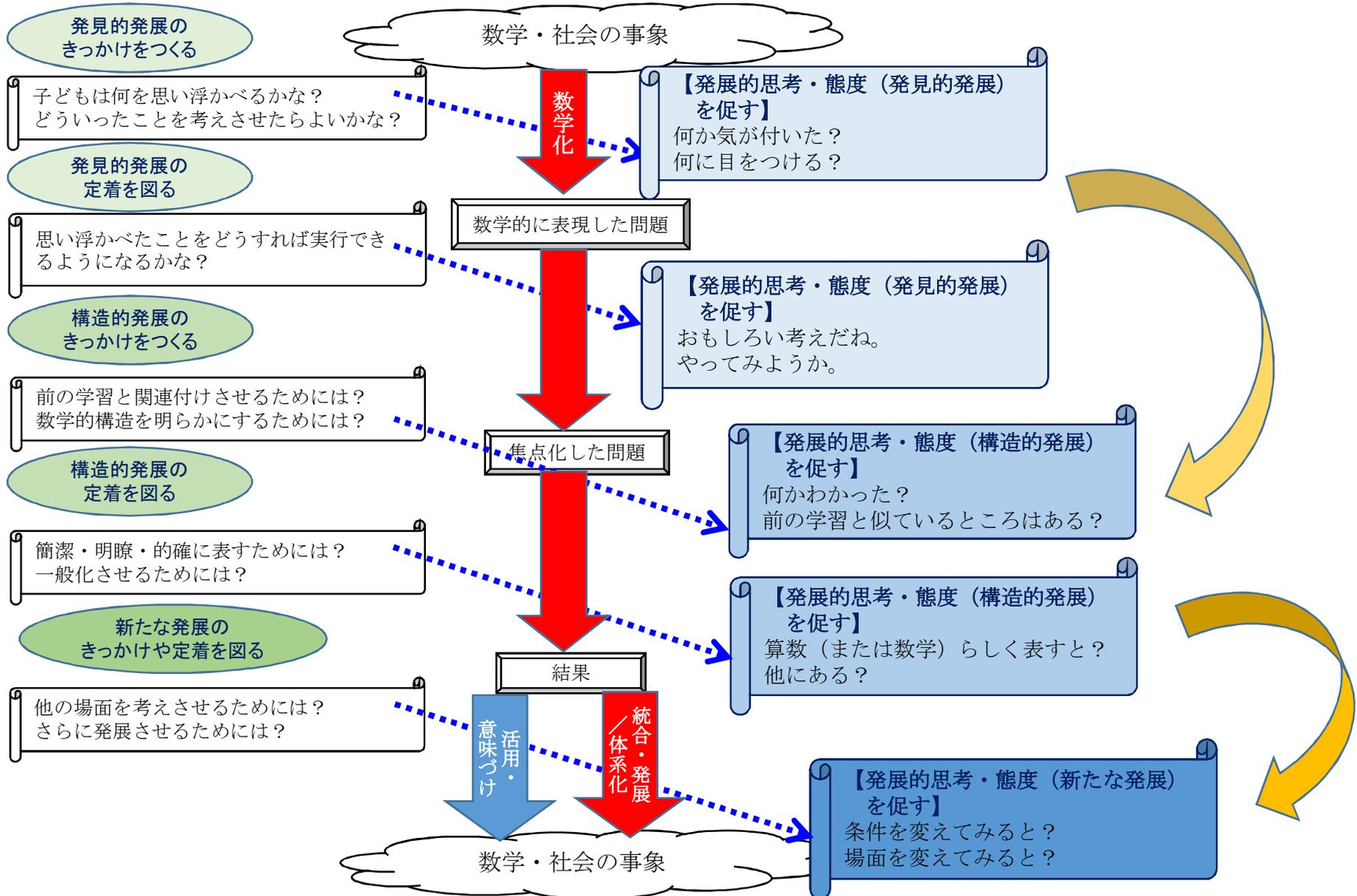
# 3. 発展的思考・態度を促す 授業モデルの開発（3）



# 発展的思考・態度を促す授業モデル

教師の“発展”への意識

発展的思考・態度を促す教師の働きかけ

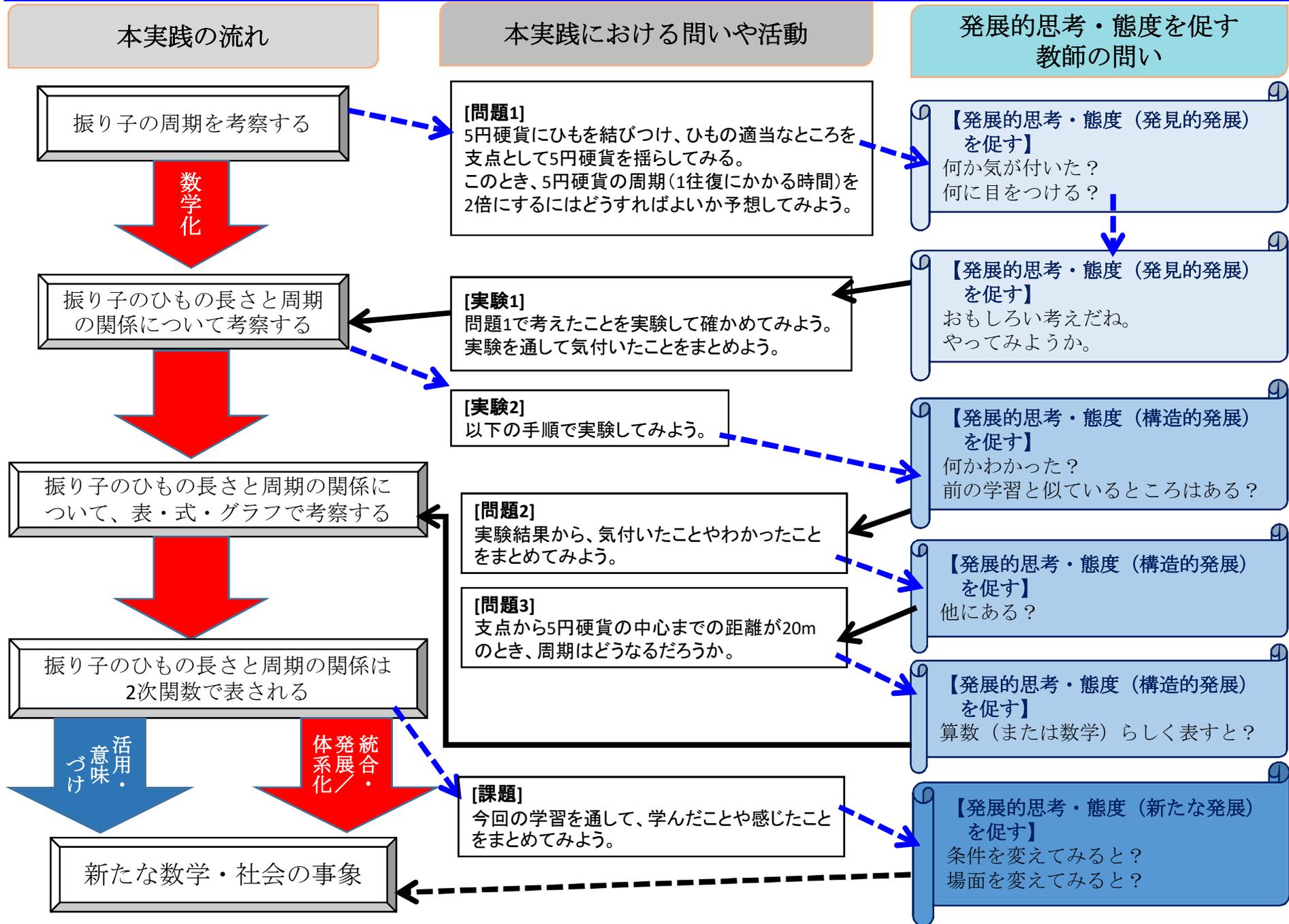


# 4. 発展的思考・態度を促す授業モデルに基づいた授業の再構成（1）

| 河合・黒田(2006)の実践  | 再構成した授業案   | 発展的思考・態度を促す教師の働きかけ   |
|---|--|--|
| <p>課題<br/>振り子の周期(1往復にかかる時間)について考えてみよう。<br/>(1) 振り子の周期は何と関係があるだろうか。<br/>(2) 振り子の周期と、ひもの長さとの関係を調べてみよう。</p>  | <p>[問題1]<br/>5円硬貨にひもを結びつけ、ひもの適当なところを支点として5円硬貨を揺らしてみる。このとき、5円硬貨の周期(1往復にかかる時間)を2倍にするにはどうすればよいか予想してみよう。</p> | <p>【発展的思考・態度(発見的発展)を促す】<br/>・何に目をつける？<br/>・何か気が付いた？</p>        |
|   | <p>[実験1]<br/>問題1で考えたことを実験して確かめてみよう。実験を通して気付いたことをまとめよう。</p>   | <p>【発展的思考・態度(発見的発展)を促す】<br/>・おもしろい考えだね。<br/>・やってみようか。</p>      |
| <p>[実験2]<br/>以下の手順で実験してみよう。<br/>① 5円硬貨にひもを結びつける<br/>② ひもの適当なところを振り子の支点とし、支点から5円硬貨の中心までの距離を測る<br/>③ 5円硬貨を揺らし、揺れが安定してきたらストップウォッチで10周期を測り、その値から周期を計算する<br/>④ 3回周期を測り、平均を求める<br/>⑤ 支点から5円硬貨の中心までの距離を変えて、①～④の実験を行う<br/>&lt;実験にあたっての注意&gt;<br/>※5円硬貨に力を加えない(初速度を与えない)<br/>※ひもが常にピンと張った状態で実験する</p> |  | <p>【発展的思考・態度(構造的発展)を促す】<br/>・何かわかった？<br/>・前の学習と似ているところはある？</p> |
| <p>実験結果から、振り子の周期とひもの長さとの関係を考察する</p>   | <p>[問題2]<br/>実験結果から、気付いたことやわかったことをまとめてみよう。</p>   | <p>【発展的思考・態度(構造的発展)を促す】<br/>・他にある？</p>                         |
|   | <p>[問題3]<br/>支点から5円硬貨の中心までの距離が20mのとき、周期はどのようになるだろうか。</p>   | <p>【発展的思考・態度(構造的発展)を促す】<br/>・数学らしく表すと？</p>                     |
|   | <p>[課題]<br/>今回の学習を通して、学んだことや感じたことをまとめてみよう。</p>   | <p>【発展的思考・態度(新たな発展)を促す】<br/>・条件を変えてみると？<br/>・場面を変えてみると？</p>    |



# 発展的思考・態度を促す授業モデルに基づいた授業案



# 今後の課題

今後、再構成した授業案に基づいて実践を行う予定である。

「発展の状況」や「具体的な数学的活動の局面」, 「学習者の心理」の様相を詳細に分析する必要があり, 授業ビデオ記録やプロトコル分析, および生徒の活動レポートを通して, 発展的思考・態度を促す教師の働きかけなどが学習者にどのように作用しているかについて分析・検討し, 発展的思考・態度を促す授業モデルの精緻化を図ることが課題である。

# 謝辞

本研究は、JSPS科研費18K02518の助成を受けて行われたものである

## 引用・参考文献

- (1) 河合士郎・黒田大樹(2006). グラフ電卓を活用した実験型関数学習の実践—数学的リテラシーの育成を目指して. 奈良女子大学附属中等教育学校研究紀要, 49-58.
- (2) 佐藤学・重松敬一・赤井利行・杜威・新木伸次・椎名美穂子(2017). 学習者が発展的に考えることを支援するモデルプレートの開発とその検証. 日本数学教育学会誌, 99, 数学教育学論究, 臨時増刊, 9-16.
- (3) 中島健三(1982). 算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察—. 金子書房. (東洋館出版社からの復刻版使用)
- (4) 長崎榮三・西村圭一・島田功・牧野宏・島崎晃(2004). 算数と社会をつなげる力に関する研究. 日本数学教育学会誌, 86(8), 3-13.
- (5) 長崎榮三・西村圭一・五十嵐一博・牛場正則・久保良宏・久永靖史・松元新一郎(2004). 数学と社会をつなげる力に関する研究—中学校・高等学校を中心に—. 日本数学教育学会誌, 86(11), 2-11.
- (6) 長崎榮三・滝井章(2007). 算数の力—数学的な考え方を乗り越えて—. 東洋館出版社.
- (7) 文部科学省(2017). 中学校学習指導要領解説数学編.

[http://www.mext.go.jp/component/a\\_menu/education/micro\\_detail/\\_\\_icsFiles/afieldfile/2018/05/07/1387018\\_4\\_2.pdf](http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2018/05/07/1387018_4_2.pdf)